

特異点としての渦について ——非正準性, Casimir 元, Clebsch 表現をめぐって

吉田善章 (東京大学・新領域)

〈渦〉は不思議な事象を説明する道具概念として、科学史の中にしばしば登場する。デカルトの宇宙論にも〈渦〉の概念が現れる。宇宙にみちる渦動が惑星と衛星を運ぶというのである。オイラーは、エーテル中の複雑な渦動によって月の摂動を説明しようとした。もちろん流体に現れる可視的な構造としての渦は馴染みが深い。しかし、その渦とは何か、どのような働きをするのかは十分理解できてはいない。今も〈渦〉は、科学の諸領域で、不思議な作用、複雑な現象という意味を引き寄せる表象であり続けている。ここでは〈渦〉を特異点として考える理論について紹介する。

理想流体の運動は、無限次元の力学系（関数空間上の微分同相写像の群）と考えることができる。それを Hamilton 形式に書こうとすると、特異性をもつ非線形の Poisson 括弧積を導入しなくてはならない。その Poisson 括弧積の特異性こそが渦である。渦は力学系の「位相欠陥」として保存される（保存量＝運動の積分は Lie 代数の Casimir 元に相当する）。特異性＝位相欠陥と Lagrange 変分原理との関係を調べることで、渦の力学的な意味と幾何学的な意味の関係が明らかになる。

[参考文献] ZY, *Clebsch parameterization: basic properties and remarks on its applications*, J. Math. Phys. **50** (2009), 113101.