

## 【講義概要】

### 1. 授業の目的およびねらい

非圧縮性粘性流体の運動を記述するナビエ・ストークス方程式の数学的理論のサーベイを行う。同方程式をひとつの典型的な例として、最近の調和解析学における成果が一般の非線形発展方程式に対する適切性の研究に有益であることを解説する。ナビエ・ストークス方程式は、時間微分が一階、空間微分はラプラス作用素が現れる方程式系であるが、放物型偏微分方程式とは異なり、最大値原理や比較定理は適用できない。そこで方程式の解析に適した関数空間を見出し、非線形項の巧妙な評価式を導出することが解法の鍵となる。本講義ではソボレフの不等式を出発点として種々の関数空間における不等式を紹介し、ナビエ・ストークス方程式の適切性を考察する。古典的な作用素の半群の理論に加えて、実関数論的な手法に焦点を当てることに特徴がある。

### 2. 履修条件又は関連する授業科目等

関数解析の初歩（線形作用素）、フーリエ変換（フーリエの反転公式程度）

### 3. 授業内容（授業展開の概要）

1. ナビエ・ストークス方程式の弱解の存在
2. 弱解の一意性と正則性、古典解の存在
3. ハーディ・ベゾフ空間と種々の不等式
4. 調和解析学と非線形発展方程式
5. いろいろな問題と今後の課題

### 4. 参考書

- (i) 非線形偏微分方程式（儀我美一，儀我美保著 共立出版）
- (ii) Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals (E.M. Stein, Princeton)
- (iii) Recent developments in the Navier-Stokes problem (DG. Lemarie-Rieussert, Chapman & Hall / CRC Lecture Note in Math. 431)

### 5. 成績評価の方法

レポート問題提出により評価する。

### 6. 備考

2以外に予備知識はほとんど必要ない。