【講義概要】

測度空間 X を考える．そこで定義された自分自身への写像 T により，$x, Tx, T^2x, \ldots$ が「多くの」$x \in X$ に対してどのような振る舞いをするかを議論する．(X, T) のことを可測力学系とよぶ．ここで，T^2 は写像 T の合成 $T \circ T$，もっと一般に T^n は T の n 回の合成を表す．エルゴード理論とは可測力学系の測度論的な性質（あるいは確率論的性質）を取り扱う理論といって良いであろう．この講義では具体的に $X = [0, 1), Tx = \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x}\right]$ を例として，エルゴード理論の基礎を紹介する．この写像は連分数変換とよばれ x の連分数展開を与える重要な写像である．連分数の持つ数論的意味についても講義で解説する．

エルゴード理論の問題の捉え方，手法には確率論が深く関わっている．そこで確率論の基本概念についても必要な範囲で解説する．講義内容は以下の通りである（順不同）：

(1) 測度空間からの基礎知識： σ-集合体, 測度, 可測性, Radon-Nikodym の定理など
(2) 確率論からの基礎知識：Borel-Cantelli の補題とその一般化，確率過程, 大数の法則
(3) 可測力学系の定義とエルゴード定理
(4) エルゴード性, 混合性
(5) 実数の有理近似と連分数
(6) 可測力学系としての連分数変換
(7) 連分数と双曲平面上の測地線との関係
(8) 連分数変換のエルゴード理論と metric number theory への応用
(9) 中間近似分数の問題と無限大不変測度を持つ可測力学系
(10) metric number theory に関連する他の可測力学系の例, 一般化