

# 集中講義「粘性解入門」

小池茂昭（埼玉大学）

2006年11月27日～12月1日（熊本大学）

偏微分方程式の解とは、偏微分方程式の微分階数だけ微分可能で代入すると偏微分方程式を領域の全てで満たす関数である、と思うのが普通であろう。このような解を古典解と呼ぼう。残念ながら、ごく特殊な場合を除けば、偏微分方程式の古典解を求めるのは大変困難である。

そこで、まず、微分可能性でないかもしれないが解の“候補”を探し、その微分可能性を示すという二段構えで古典解を求める方法が有効である。最初のステップでの解の候補を弱解と呼ぶ。（弱解の微分可能性を高めることは「regularityの問題」とも言われ、偏微分方程式研究の一つの大きな話題である。）

物理学などに現れる偏微分方程式には、弱解の概念として超関数解が大変重要であり、膨大な研究がされている。一方、微分幾何学や工学、経済学等に現れる方程式には、超関数解が適当でない場合が多々あった。

粘性解は、今まで扱えなかった（幾つかの重要な）偏微分方程式に対する適切な弱解であり、Crandall-Lionsに1980年代初頭に導入されて以来、その基礎理論と様々な応用研究がなされてきた。

本集中講義では、古典論との比較をしつつ、粘性解の基礎理論（存在・一意性など）を中心に紹介する。

## テキスト

S. KOIKE, A Beginner's Guide to the Viscosity Solution Theory, MSJ Memoirs **13**, 2004年