

RIMS 研究集会  
モジュラー形式と保型表現  
(タイトルとアブストラクト)

2月2日(月)

13:30-14:30 林田秀一 (上越教育大学)

Title: Generalized Maass relations and lifts.

Abstract: 次の2つの事について解説したい。

(1) 2つの楕円保型形式から一般の偶数次数の重さ半整数のジーゲル保型形式へのリフトについて：

このリフトは Duke-Imamoglu-Ikeda リフト、フーリエ・ヤコビ展開、Eichler-Zagier-Ibukiyama 対応の結合で構成できる。構成された重さ半整数のジーゲル保型形式が非零であるという仮定のもと、これがヘッケ同時固有関数になるという事と、その Zhuravlev L-関数が元の楕円保型形式の L-関数の積であるということを解説する。重さ半整数の一般化マース関係式を示す事により証明が得られる。

(2) 奇数次数の宮脇・池田リフトのスピノル L-関数の具体的な表示式について：

宮脇・池田リフトにより、2つの楕円保型形式から奇数次数の重さ整数のジーゲル保型形式を構成されるが、そのスピノル L-関数は、ある対称テンソル L 関数の積として記述できる。これは次数3の場合は B.Heim により既に得られていた事実であった。これも重さ整数のある一般化マース関係式を示すことにより、一般の奇数次数でこの事実を得ることができる。

14:45-15:45 喜友名朝也 (九州大学)

Title: Kaneko-Zagier type differential equation for Jacobi forms.

Abstract: We introduce a certain fourth order partial differential equation related to Jacobi forms. We show several properties of the equation and give explicit Jacobi form solutions.

16:00-17:00 伊吹山知義 (大阪大学)

Title: Three theorems on Jacobi forms of general degree.

Abstract: I talk on three new theorems related to Jacobi forms of general degree stated as follows:

(1) Taylor coefficients of any holomorphic Jacobi forms of matrix index is essentially vector valued Siegel modular forms.

(2) The module of holomorphic Jacobi forms of degree two of level 2 is explicitly determined.

(3) Holomorphic or skew holomorphic vector valued Jacobi forms of index one of general degree of level  $N$  is isomorphic to vector valued Siegel modular forms of half integral weight of level  $4N$  in the plus space.

2月3日(火)

9:45-10:45 小澤友美 (東北大学)

Title: 総実代数体上定義される Eisenstein 級数の定数項について.

Abstract: 太田雅己氏は2003年の論文で, 有理数体上定義される Eisenstein 級数に関連する合同加群を定義し, 実際に計算した. この合同加群の理論は数論, 特に岩澤理論において重要ないくつかの問題に応用されている. 私は, 太田氏による合同加群の計算に Eisenstein 級数の各カスプの周りでの Fourier 展開の定数項が必要である点に着目し, 総実代数体上定義される Hilbert Eisenstein 級数の Fourier 展開の定数項を, すべてのカスプの同値類の周りで計算した. 講演ではこの定数項の計算について紹介する.

11:00-12:00 岡田薫 (立命館大学)

Title: Hecke algebras for Hilbert modular forms and ideal class groups.

Abstract: 総実代数体  $F$  の狭義イデアル類群  $Cl^+(F)$  の位数 2 の指標の  $F$  上のヒルベルトモジュラー形式の空間に作用するヘッケ環への作用を用いて,  $Cl^+(F)/(Cl^+(F))^2$  の元とヘッケ環の  $(Cl^+(F))^2$  によって決まる部分環上の 2 次部分拡大との対応について述べる. またその具体例について紹介する. (平岡由夫氏との共同研究)

13:30-14:30 **Soma Purkait** (九州大学)

Title: Hecke algebras, new vectors and characterization of the new space.

Abstract: Let  $p$  be a prime. Let  $K_0(p^n)$  be the subgroup of  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$  consisting of matrices with lower left entry in  $p^n\mathbb{Z}_p$ . We shall consider the Hecke algebra of  $GL_2(\mathbb{Q}_p)$  with respect to  $K_0(p^n)$  and its subalgebra that is supported on  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$  and describe them using generators and relations. This will allow us to explicitly describe the representations of  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$  having a  $K_0(p^n)$  fixed vector. We will translate this information to the classical setting which will lead us to characterize the space of newforms for  $\Gamma_0(M)$  as a common eigenspace of certain Hecke operators which depends on prime divisors of  $M$ .

14:45-15:45 源嶋孝太 (大阪大学)

Title:  $SL(2, \mathbf{C})$  上の Shintani 関数と Heun の微分方程式.

Abstract: We study Shintani functions attached to non-unitary principal series representations of  $SL(2, \mathbf{C})$ . Let  $\pi_{\nu, m}$  be a non-unitary principal series representation with  $(m + 1)$ -dimensional minimal  $SU(2)$ -type. By using Zuckerman's technique, we give an inductive formula which gives a relation between the Shintani functions attached to  $\pi_{\nu, m}$  and those attached to  $\pi_{\nu+1, m+1}$ . From this, we obtain explicit formulas of Shintani functions attached to  $\pi_{\nu, m}$  ( $|m| = 1, 2$ ). By definition, the Shintani function satisfies a system of differential equations. For  $|m| = 2$ , the system gives us an interesting example of Heun's differential equations.

16:00-17:00 水野義紀 (徳島大学)

Title: 3変数ディリクレ級数と非正則ジーゲル・アイゼンシュタイン級数のケッヒャー・マース級数.

Abstract: ある3変数ディリクレ級数の解析接続と関数等式を与える。応用として非正則ジーゲル・アイゼンシュタイン級数のケッヒャー・マース級数の解析接続と関数等式が従う。正則ジーゲル・モジュラー形式に付随する場合は古典的に知られていた(マース、ケッヒャー、荒川)。非正則の場合の典型例として、非正則ジーゲル・アイゼンシュタイン級数のケッヒャー・マース級数につき、次の場合は解決済であった: アイゼンシュタイン級数の次数が3以上の場合(荒川、鈴木、伊吹山・桂田+水野、上野・佐藤)、次数2で正定値フーリエ係数に付随する場合(水野)、重さ2なる仮定の下、次数2で不定値フーリエ係数に付随する場合(水野)。今回は、重さの仮定無しに次数2で不定値フーリエ係数に付随する場合も扱えるようになった点为新結果である。2次不定値対称行列の新谷ゼータから察することが出来るように、例外的取り扱いを必要とし、付随するディリクレ級数の適切な定義すら未知であった。この場合に、ケッヒャー・マース級数の適切な定義・解析接続・関数等式を与える。

2月4日(水)

10:00-11:00 平賀郁 (京都大学)

Title: Endoscopic classification of representations: A survey.

Abstract: In this survey talk, I will explain the endoscopic classification of local and global representations of  $Sp(n)$  and  $O(n)$  announced by J. Arthur. I will explain the role of the standard and twisted endoscopies in the Langlands functoriality and explain

the classification of representations using the endoscopies.

11:15-12:15 山名俊介 (九州大学)

Title: 局所二次対称積  $L$  関数と三重線形形式.

Abstract: I will develop a local theory of symmetric square  $L$ -functions for general linear groups and prove a certain characterization of a pole of symmetric square  $L$ -factors of square-integrable representations, a uniqueness of certain trilinear forms and nonexistence of Whittaker models of higher exceptional representations.

14:00-15:00 平野幹 (愛媛大学), 石井卓 (成蹊大学), 宮崎直 (北里大学)

Title: Archimedean zeta integrals for  $GL(3) \times GL(2)$ .

Abstract: We compute archimedean zeta integrals for Whittaker functions on  $GL(3)$  and  $GL(2)$ . In particular, we give Whittaker functions explicitly, for which the archimedean zeta integrals coincide with the associated  $L$ -factors.

15:15-16:15 織田孝幸 (東京大学)

Title: Is there brave new world of modular symbols? Some evidences in the literature

Abstract: 松島同型は対称空間の算術商のホモロジー類が、調和的保型形式の和で表現できることを意味する。その双対であるホモロジー類に、「調和的な」ものを沢山つくるということは大きな問題ですが、楕円モジュラー曲線と、あとヒルベルトモジュラー多様体に少し試みがあるのみです。Klein – Cartan の意味の幾何学への、試みと思える事例を少しお話しします。

## 2月5日(木)

9:45-10:45 千田雅隆 (京都大学 白眉センター)

Title: Regulators and special values of Rankin-Selberg  $L$ -functions.

Abstract: Beilinson 予想により、代数多様体の  $L$  関数の non-critical な整数点での値は motivic cohomology からの regulator 写像と関係することが期待されています。今回の講演では二つの久賀-佐藤多様体の直積の motivic cohomology に Beilinson の Eisenstein symbol と対角埋め込みを用いることで具体的に元を作り、その regulator と二つの保型形式から定まる Rankin-Selberg  $L$  関数の non-critical な整数点での特殊値の間の明示的な関係式について説明したいと思います。(François Brunault 氏との共同研究)

11:00-12:00 **Kimball Martin** (University of Oklahoma/大阪市立大学 JSPS fellow)

Title: A Chebotarevesque principle for modularity.

Abstract: Let  $K/k$  be a Galois extension of number fields. The Chebotarev density theorem implies that Galois representations over  $K$  are determined by their behavior at split places. Ramakrishnan showed an analogue of this for automorphic representations. Consequently, to show a Galois representation and automorphic representation correspond, it should suffice to show they correspond at (almost all) split places. I will discuss joint work with Ramakrishnan on this for 2-dimensional Artin representations.

13:30-14:30 **岡崎武生** (奈良女子大学)

Title: Newforms for  $\mathrm{GU}(2,2)$ .

Abstract: Let  $E$  be a quadratic extension of a nonarchimedean field  $F$ , and  $\mathrm{GU}(2,2)$  be the quasi-split unitary similitude group attached to  $E/F$ . Let  $\pi$  be an irreducible, admissible, generic representation of  $\mathrm{GU}(2, 2)$ , and  $L(s, \pi)$  be its twisted exterior square L-function. We show  $L(s, \pi)$  has a functional equation, and  $\pi$  has a Whittaker function  $W$  fixed by an arithmetic subgroup determined by the epsilon factor of the functional equation. The subspace fixed by this subgroup is one-dimensional, and a zeta integral of  $W$  is equal to  $L(s, \pi)$ , so, we call  $W$  the new form of  $\pi$ .

14:45-15:45 **Ameya Pitale** (University of Oklahoma)

Title: Lowest weight modules for  $\mathrm{Sp}(4, \mathbb{R})$  and nearly holomorphic Siegel modular forms.

Abstract: In this talk, we discuss the lowest weight modules for the Hermitian symmetric pair  $(G, K)$ , where  $G = \mathrm{Sp}(4, \mathbb{R})$  and  $K$  is its maximal compact subgroup. In particular, we write down explicit differential operators that navigate all the highest weight vectors of such a module starting from the unique lowest-weight vector. We study these operators from the representation-theoretic and classical viewpoints. We show that the automorphic forms on  $G$  that correspond to the highest weight vectors are exactly those that arise from nearly holomorphic vector-valued Siegel modular forms of degree 2.

By explicating the algebraic structure of the relevant space of automorphic forms, we are able to prove a structure theorem for the space of nearly holomorphic vector-valued Siegel modular forms of (arbitrary) weight  $\det^l \mathrm{sym}^m$  with respect to an arbitrary congruence subgroup of  $\mathrm{Sp}(4, \mathbb{Q})$ . We show that the cuspidal part of this space is the direct sum of subspaces obtained by applying explicit differential operators to holomorphic vector-valued cusp forms of weight  $\det^{l'} \mathrm{sym}^{m'}$  with  $(l', m')$  varying over a certain set.

The structure theorem for the space of all modular forms is similar, except that we may now have an additional component coming from certain nearly holomorphic forms of weight  $\det^3 \text{sym}^{m'}$  that cannot be obtained from holomorphic forms.

As an application of our structure theorem, we prove several arithmetic results concerning nearly holomorphic modular forms that improve previously known results in that direction. This is joint work with Abhishek Saha and Ralf Schmidt.

16:00-17:00 **Siegfried Böcherer** (Universität Mannheim)

Title: On quasimodular Siegel modular forms.

Abstract: By definition, quasimodular forms are constant terms of nearly holomorphic modular forms, e.g. certain holomorphic derivatives of holomorphic modular forms are quasimodular. We show that such quasimodular forms are p-adic modular forms. Our main tools are Shimura's structure theory of nearly holomorphic modular forms and our work with Nagaoka on derivatives of modular forms as p-adic modular forms. Our approach to such questions is different from (and more elementary than) T. Ichikawa's geometric one.

2月6日(金)

10:00-11:00 **Henry Kim** (University of Toronto)

Title: Ikeda type lift for the exceptional group of type  $E_7$ .

Abstract: Ikeda constructed a cusp form on  $Sp_{2n}$  (rank  $2n$ ) from Hecke eigenform on the upper half plane which has been conjectured by Duke-Imamoglu and Ibukiyama. We give a similar construction on the 27-dimensional exceptional tube domain where the exceptional group of type  $E_7$  acts. This is a joint work with T. Yamauchi.

11:15-12:15 池田保 (京都大学), 桂田英典 (室蘭工業大学)

Title: 二次形式の Gross-Keating 不変量とその応用.

Abstract:  $\mathbb{Z}_p$  上に定義された半整数対称行列の Siegel 級数については明示的な公式が知られているが、その具体的な形は  $p$  が奇数の場合と  $p = 2$  の場合で見かけ上大きく異なっており、数論幾何などへの応用の一つの障害となっている。この問題を解決するために Gross と Keating は Gross-Keating 不変量を導入し、3次以下の二次形式の Siegel series に対しては  $p$  によらない統一的な公式を得た。本講演では標数0の非アルキメデス的局所体の整数環上に定義された非退化二次形式の Gross-Keating 不変量について述べる。また Siegel 級数への応用についても述べる。