

# SAITO KUROKAWA LIFTING OF LEVEL N

伊吹山知義

Saito Kurokawa lifting については、 $SL_2(\mathbb{Z})$  から  $Sp(2, \mathbb{Z})$  へのリフト以外の離散群については、あまり十分な(正しい)文献がないので解説を試みる。なお、ヤコービ形式と半整数ウェイトの保型形式、および半整数保型形式の保型形式と整数ウェイトの保型形式の関係については、文献も多数あるので述べない。大体次のような内容を述べるつもりである。

(1) レベル  $N$  の weight  $k$  index 1 のヤコービ形式からレベル  $N$  の weight  $k$  のジューゲル保型形式へのリフトの構成。ただしレベル  $N$  というのは通常の  $\Gamma_0(N)$  のことである。レベルは任意の自然数でよいし、指標はついていてもいなくてもよい。(注意：他の群、たとえば paramodular group については Gritsenko のレベル 1 index  $N$  から、paramodular of level  $N$  というのがある。これとは異なっている。表現としては paramodular group へのリフトは  $\Gamma_0(N)$  へのリフトに含まれるというのが正しいであろう。言い換えるとレベル 1 index  $N$  はレベル  $N$  index 1 に埋め込めるはず。)

(2) カスプ形式でないヤコービ形式のリフトについては、若干工夫が必要である。またカスプ形式のリフトはカスプ形式であることは自明ではないので証明がいる。

(3) Hecke 理論。これは Andrianov [1] と Eichler-Zagier [2] を両方やる必要があるので、かなり面倒である。証明は述べられないと思うので、結論だけ述べる。

(4) もとになるレベル  $N$  のヤコービ形式の構成の仕方の概要。特に  $1 \leq N \leq 5$  について。これは Kramer の Theta expansion + Taylor expansion というアイデアを使う。

(5) Open problems

(i) フーリエ係数による特徴づけ。

(ii) Yoshida lift との関係。Saito-Kurokawa lift はテータ対応ではないことの説明。

## REFERENCES

- [1] A. N. Andrianov, Modular descent and the Saito-Kurokawa conjecture. *Invent. Math.* **53** (1979), no. 3, 267–280.
- [2] M. Eichler and D. Zagier, *The Theory of Jacobi Forms*, Birkhäuser, 1985, Boston-Basel-Stuttgart.
- [3] T. Ibukiyama, Saito Kurokawa lifting of level  $N$  and practical construction of Jacobi forms, to appear in *Kyoto J. Math.*

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE, OSAKA UNIVERSITY, TOYONAKA, 560-0043, IBUKIYAM@MATH.SCI.OSAKA-U.AC.JP