

Accidental isogeny について

成田宏秋 熊本大学自然科学研究科

Abstract

今回のサマースクールで取り上げるリフティングのうち、志村対応は θ リフティングとして定式化できる。それを理解するには古典型 Lie 群 $SL(2, \mathbb{R})$ と $SO(2, 1)$ が本質的に同一視できることを知る必要がある。

低次元の古典型半単純 Lie 群の中には、このように定義は違っても (あるいは対応する Dynkin 図形の型が違っても) 本質的に同一視できるものがいくつかある。具体的には核が有限である全射が存在するということではしばしば理解されるので、この同一視を「Accidental isogeny」と呼ぶことにする。これは低次元の半単純 Lie 群が関わる保型形式のリフティングの原理を知る上で大切な基礎である。

この講演では、このような低次元の古典型半単純 Lie 群で同一視できる例を Lie 環と Lie 群、両方のレベルで与える。中でも典型例である同型

$$SL(2, \mathbb{R})/\{\pm 1\} \simeq SO_0(2, 1), \quad Sp(2, \mathbb{R})/\{\pm 1\} \simeq SO_0(2, 3)$$

は詳しく扱う。講演の終盤ではよく知られた低次元 Lie 群上の保型形式が関わるリフティングをリストアップし、Accidental isogeny の観点から幾つか注意を与えたい。

References

- [1] S. Helgason, Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces, Graduate Studies in Mathematics, Volume 34, American Mathematical Society (2001).
- [2] 横田一郎, 古典型単純リー群, 現代数学社 (1993).