

## 重さ半整数の Siegel モジュラー形式と Jacobi 形式 ; レジюме

高瀬幸一

ver.2011.8.30

Eichler-Zagier [3] と Ibukiyama [8] により示された, Jacobi 形式と重さ半整数の Siegel モジュラー形式の間の Hecke 作用素と可換な線形同型を, 群論的な文脈から理解するのが講義の目的である. その概略は, 実斜交空間  $(V, D)$  に付随した Jacobi 群  $Sp(V)_J$  にユニタリ表現について, 一般に  $\widetilde{Sp}(V)_J$  のユニタリ表現は,  $Sp(V)$  の二重被覆群に持ち上げておけば, Weil 表現と  $\widetilde{Sp}(V)$  のユニタリ表現のテンソル積にユニタリ同値である. 特に,  $\mathbb{Z}$ -格子  $\Lambda \subset V$  に関連した誘導表現に対しては

$$\text{Ind}_{\Gamma_J}^{Sp(V)_J} \chi_{\Lambda, J} = \text{Weil 表現 (格子モデル)} \otimes \text{Ind}_{\Gamma}^{\widetilde{Sp}(V)} \rho_{\Lambda}^{-1}$$

である. 半単純実 Lie 群の正則離散系列表現に類似した構成法により, Jacobi 群の “正則離散系列表現” が定義されるが,

$Sp(V)_J$  の “正則離散系列表現”

$$= \text{Weil 表現の反傾表現 (Fock モデル)} \otimes \widetilde{Sp}(V) \text{ の正則離散系列表現}$$

となるが, 両辺の最小の  $K$ -タイプを見ると  $\det^k = \det^{1/2} \otimes \det^{k-1/2}$  となることから, 線形同型

Jacobi form w.r. to  $\Gamma$  of weight  $k$ , index 1

$$\leadsto \text{modular form w.r. to } \widetilde{\Gamma} \text{ of weight } k - 1/2$$

を得る. アデール化して考えれば, これが Hecke 作用素と可換であることがわかる.

- [1] W.L.Baily, Jr. and A.Borel : *Compactification of arithmetic quotients of bounded symmetric domains* (Ann. of Math. 84 (1966), 442–528)
- [2] J.Dixmier : *C\*-algebras* (North-Holland, 1982)
- [3] M.Eichler and D.Zagier : *Theory of Jacobi Forms* (Progress in Math. 55 (1985))

- [4] R.Godement : *Généralités sur les formes modulaires, I,II* (Séminaire H.Cartan, 1957/58)
- [5] Harish-Chandra : *Invariant eigen distributions on a semisimple Lie group* (Trans. Amer. Math. Soc. 119 (1965), 457-508)
- [6] Harish-Chandra (Notes by G. van Dijk) : *Harmonic Analysis on Reductive  $p$ -adic Groups* (Lecture Notes in Math. 162, Springer-Verlag, 1970)
- [7] R.Howe : *Transcending classical invarinat theory* (J. of American Math. Soc. 2 (1989), 535–552)
- [8] T.Ibukiyama : *On Jacobi forms and Siegelmodular forms of half integral weights* (Comment. Math. Univ. St. Pauli 41 (1992), 109–124)
- [9] J.-I.Igusa : *Theta Functions* (Die Grundlehren der math. Wiss. Einz. 194, Springer-Verlag, 1972)
- [10] G.Lion, M.Vergne : *The Weil representation, Maslov index and Theta series* (Progress in Math. vol.6, Birkhäuser, 1980)
- [11] I.Satake : *Caractérisation de l'espace des Spitzenformen* (Séminaire H. Cartan 1957/58)
- [12] I.Satake : *Factors of automorphy and Fock representations* (Advances in Math. 7 (1971), 83–110)
- [13] I.Satake : *Algebraic Structures of Symmetric Domains* (Math. Soc. Japan, Iwanami-Shoten and Princeton Univ. Press, 1980)
- [14] A.Weil : *Sur certains groupes d'opérateurs unitaires* (Acta math. 111 (1964), 143–211)