

Seesaw pair とテータリフト

本講演では, seesaw pair を定義と基本等式を手短に解説した後, それらの例を doubling seesaw pair を中心に解説する.

保型形式の周期と保型 L 函数の特殊値の関係式は, 周期積分を変形して関連するゼータ積分と直接結び付けることができれば, 最も手軽に得ることができる. このような変形の多くは, seesaw pair の基本等式の枠組みで捉えることができる. 例えば, テータリフトの内積は, doubling seesaw の基本等式により変形することで, doubling 法のゼータ積分の特殊値と結び付けられる. これは Rallis 内積公式と呼ばれ, テータ対応の理論を保型 L 函数の理論と密接に結びつける. 歴史的には, Piatetski-Shapiro と Rallis は, この内積計算から古典群の標準 L 函数の積分表示を発見したことが知られている.

時間が許せば, doubling seesaw pair の他に, $GL(2)$ の保型形式のトーラス積分と L 函数の中心値の関係や三重積 L 函数の中心値に関する Jacquet 予想の証明なども同じ枠組みで解説する予定である. 実際の証明には, Siegel-Weil 公式, 発散する積分の意味付け (regularization), similitude 群への基本等式の拡張, 関連する保型 L 函数の積分表示の理論などの多くの研究が必要であるが, これらに関しては詳しく述べずに, informal に解説する予定である.

seesaw pair の定義, 例, 基本等式に関しては Kudla の論説 [2] を参照. regularized Siegel-Weil 公式と Rallis 内積公式については取り敢えず [3] を, トーラス積分に関しては [5] を, 三重積 L 函数の中心値に関しては [1] を参照されたい. これら以外にも良い文献は沢山あるので, 適宜参照されたい.

References

- [1] M. Harris and S. Kudla, The central critical value of a triple product L -function, *Ann. of Math. (2)* **133** (1991) 605–672.
- [2] S. Kudla, Seesaw dual reductive pairs, *Automorphic forms of several variables. Prog. Math. vol. 46*, pp. 244–268. Boston, MA: Birkhäuser 1984.
- [3] S. Kudla and S. Rallis, A regularized Siegel-Weil formula: the first term identity, *Ann. Math.* **140** (1994) 1–80.
- [4] I. Piatetski-Shapiro and S. Rallis, L -functions for classical groups, in *Springer Lec. notes in Math.*, vol. **1254** (1987) 1–52.
- [5] J.-L. Waldspurger, Sur les valeurs de certaines fonctions L automorphes en leur centre de symétrie, *Compos. Math.* **54** (1985) 173–242.