

科目ナンバー	年度・学期	時間割所属・時間割コード	開講年次	単位数	曜日・時限
SSM4-691-47-0	2025集中	理学部(61330)	4	1	他
科目名(講義題目)			担当教員		
数理科学特別講義 J (リー代数と多様体：自由場実現入門)			桑原 敏郎		
学修成果とその割合					
2.確かな専門性 ……80% 3.創造的な知性 ……20%					
授業の形態	講義				
授業の方法	講義を行う				
授業の目的	自由場実現をキーワードに単純リー代数やアフィンリー代数の表現論と行列の言葉を使って定義される特定の多様体との間の関係について講義を行う。特に、複雑な代数構造をより単純なものの組み合わせで表す、自由場実現と呼ばれる理論が多様体との関係から具体的に現れることを紹介する。 抽象的な理論はできる限り避け、特殊線形群に関係する場合を中心に線形代数や多変数微積分を用いた具体的な計算を通して、代数と多様体の両方に理解を深めていくことを目的とする。				
学修目標	【A水準】 C水準の条件に加えて、ハミルトン簡約・量子ハミルトン簡約などの多様体・非可換代数に関する操作を具体例を通して理解する。 アフィンリー代数の構造と、BRST簡約、多様体上のカイラル微分作用素の関係について概要を理解する。 【C水準】 複素射影空間・グラスマン多様体・旗多様体などの特殊多様体に具体的な計算を通して多様体としての構造を理解する。 単純リー代数（特に $sl(n, \mathbb{C})$ など）の代数構造や、多様体上のベクトル場や微分作用素との間の代数的な対応について具体的な例を通して説明できる。				
授業の概要	リーマン球面のような初等的な例から出発して、複素射影空間・グラスマン多様体などの行列の言葉を使って具体的に定義されるような多様体の構造がリー代数の代数構造と関係することを具体的な計算を通して議論する。 後半ではアフィンリー代数という無限次元のリー代数の自由場実現が単純リー代数と多様体の間の関係の無限次元類似として理解されることを、具体的な例を中心に概説する。 線形代数や多変数の微積分を前提知識として仮定するが、リー代数や多様体に関する予備知識は前提としない。				
各回の授業内容					
回	月日	授業テーマ	内容概略		
1		リー代数・複素射影空間・グラスマン多様体・旗多様体	講義で扱うリー代数や多様体の紹介を行う。		
2		ベクトル場・微分作用素とリー代数	多様体上のベクトル場などを計算してリー代数との関係を見る。		
3		リー群の等質空間とその上のねじれ微分作用素	リー群の等質空間とその上の微分作用素のツイストで得られる代数構造を調べる。		
4		量子ハミルトン簡約による構成	量子ハミルトン簡約という非可換代数に対する操作を解説する。		
5		アフィンリー代数とベータガンマシステム	この講義で扱う無限次元のリー代数などの紹介を行う。		
6		リーマン球面上のベータガンマシステムと臨本実現	初等的で具体的な場合を例に自由場実現を解説する。		
7		BRST簡約	BRST簡約という頂点代数に対する操作を解説する。		
8		等質空間上のカイラル微分作用素と自由場実現	等質空間上での自由場実現について論じる。		
授業外学修時間の目安	本科目は、45時間の学修が必要な内容で構成されている。 授業は15時間分となるため、30時間分相当の事前・事後学修（課題等含む）が、授業の理解を深めるために必要となる。				
テキスト	特に指定しない。				
参考文献	講義中に適宜紹介する。				
履修条件	なし				
評価方法・基準	講義中に具体的な例の計算を中心に数題のレポート課題を出題する。 難易度の異なるいくつかの問題を用意し、理解度に応じて受講生がその中から選択して解答できるようにする。				
使用言語	「日本語」による授業				
教科書・資料の言語	「日本語」のテキスト				
実務経験を活かした授業	非該当				