

重力波と磁場

- 宇宙論的 2 次摂動による生成 -



高橋慶太郎

京都大学基礎物理学研究所

2007年6月13日@大阪大学

概要

- 1、宇宙論的摂動の2次の効果による重力波の生成
- 2、2次摂動+電子陽子電磁場の運動による磁場の生成
- 3、高エネルギー天体による弱い磁場の測定
- 4、2次摂動によって小スケールのゆらぎを探りたい

目次

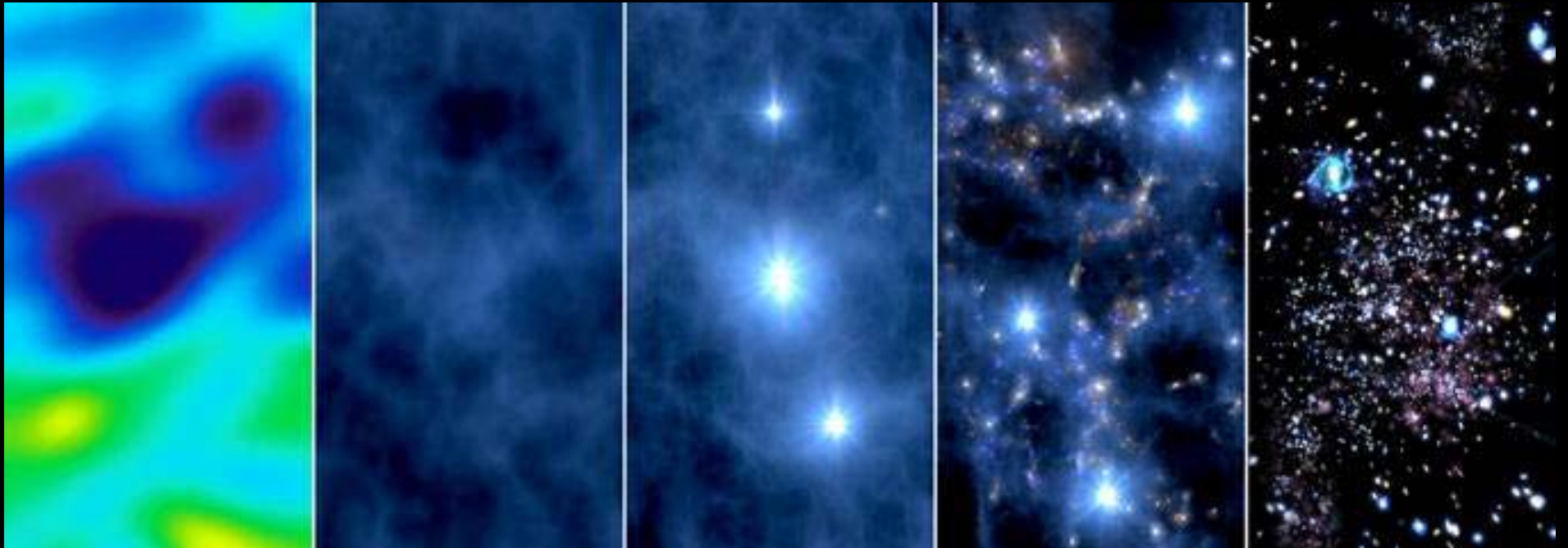
- 1、宇宙論的摂動
- 2、重力波の生成
- 3、宇宙磁場へのイントロ
- 4、磁場の生成
- 5、磁場の観測
- 6、2次摂動で初期宇宙を探る

1、宇宙論的擾動

宇宙論的摂動

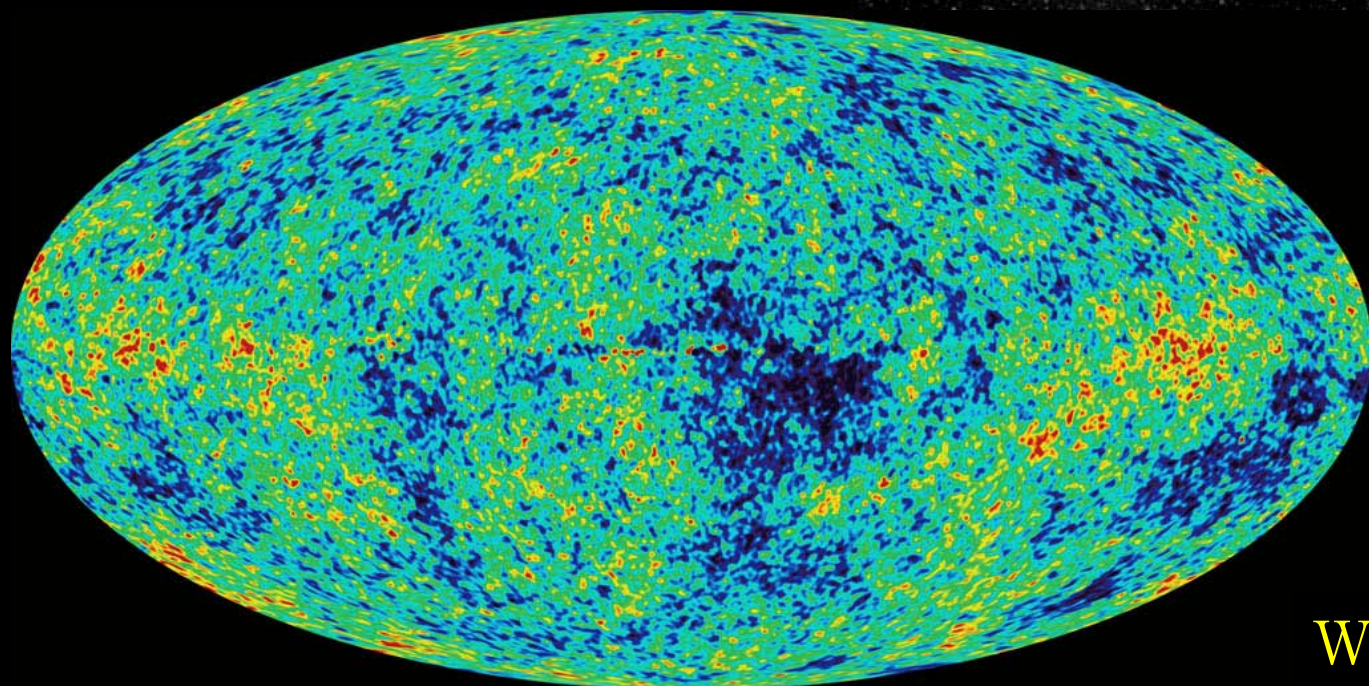
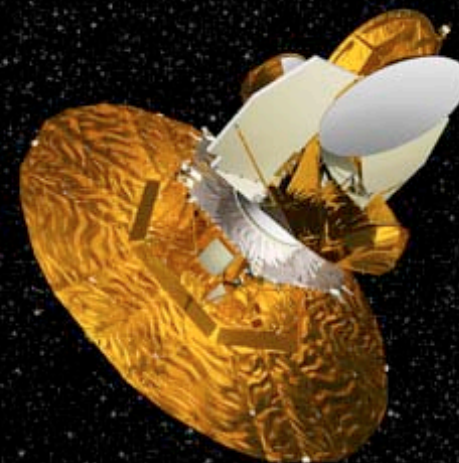
摂動 = 一様等方からのずれ

- ・ インフレーションで量子的に生成
→ 密度ゆらぎ・重力波
- ・ その後、線形に発展
→ CMB・構造形成



宇宙背景放射

宇宙背景放射の
温度に10万分
の1のゆらぎ

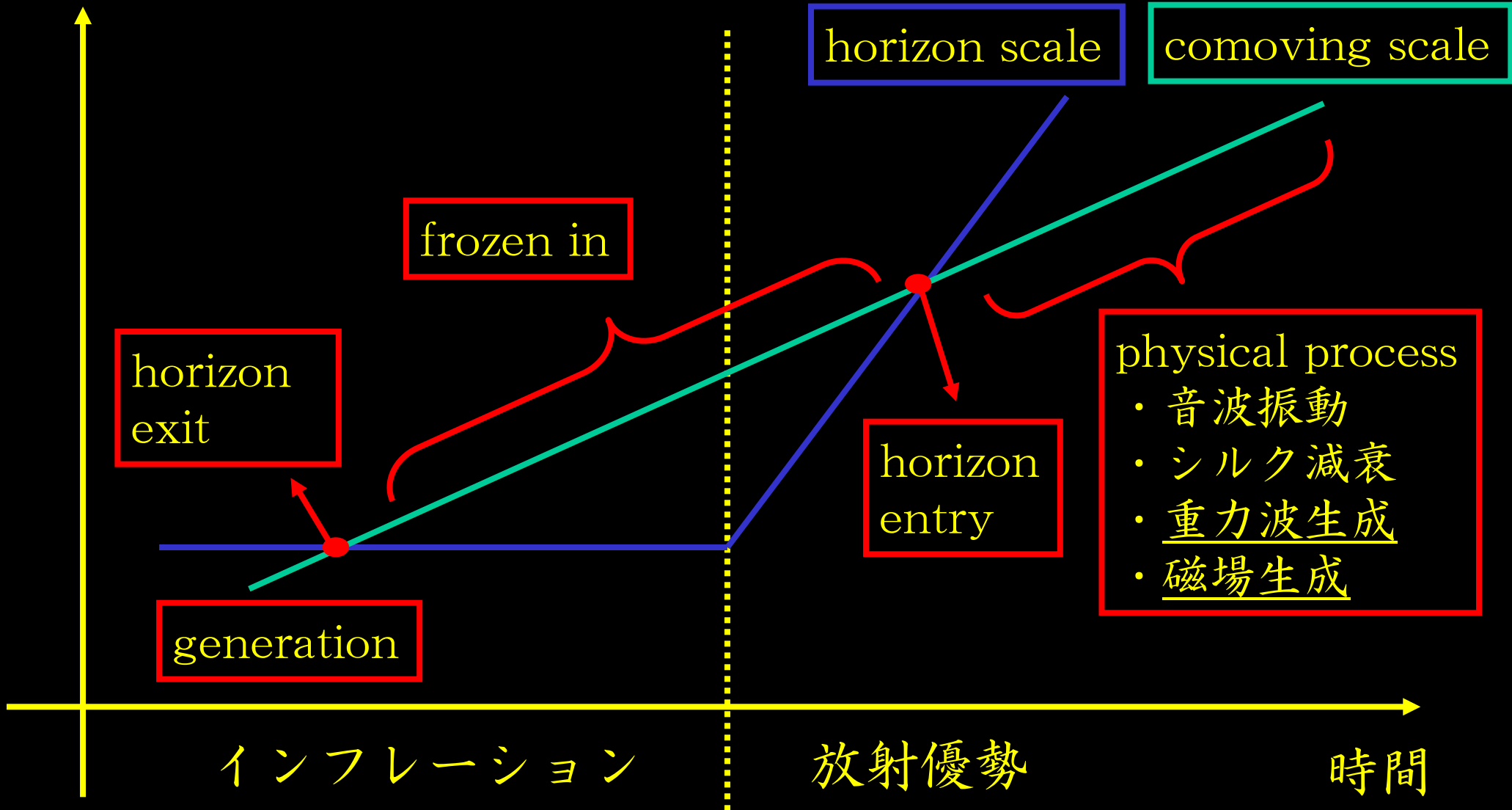


精密宇宙論
の始まり

WMAP

ゆらぎの時系列

大きさ



ゆらぎの定式化 (I)

登場人物と解くべき方程式

● インフレーション中のゆらぎの生成

- ・ インフラトン
 - ・ 重力
- } 曲がった時空での量子ゆらぎ

● インフレーション後の発展

- ・ 光子
 - ・ ニュートリノ
- } 一般相対論的ボルツマン方程式

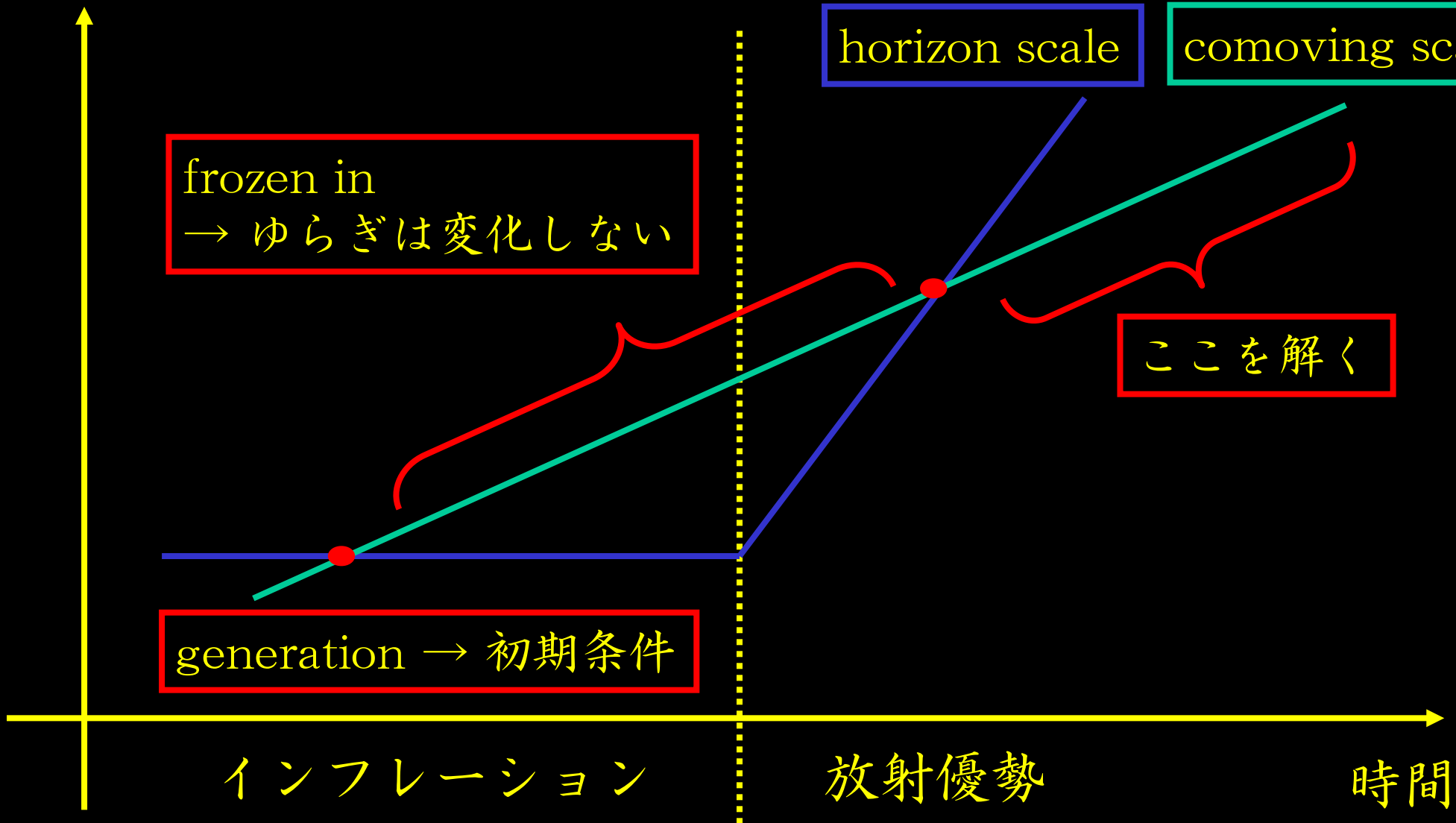
- ・ バリオン
 - ・ ダークマター
- } 一般相対論的流体方程式

- ・ 重力

これらを線形化して解く

ゆらぎの時系列

大きさ



frozen in
→ ゆらぎは変化しない

horizon scale

comoving scale

ここを解く

generation → 初期条件

インフレーション

放射優勢

時間

ゆらぎの定式化 (II)

一様等方な背景

$$ds^2 = g_{\mu\nu}^{(0)} dx^\mu dx^\nu = a^2(\eta) [-d\eta^2 + \delta_{ij} dx^i dx^j]$$
$$\rho = \rho^{(0)}(t), \quad p = p^{(0)}(t), \quad v_i = 0$$

ゆらぎ

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(0)} + \delta g_{\mu\nu}$$
$$\rho = \rho^{(0)}(t) + \delta\rho(x^\mu), \quad p = p^{(0)}(t) + \delta p(x^\mu), \quad v_i = \delta v_i(x^\mu)$$

摂動展開

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(0)} + \delta g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(0)} + g_{\mu\nu}^{(1)} + g_{\mu\nu}^{(2)} + \dots$$

1次と2次以降ではだいぶ性質が異なる。

ゆらぎの分解

全ての摂動量をスカラー、ベクトル、テンソルに分解

	スカラー	ベクトル	テンソル
イメージ			
重力	重力ポテンシャル		重力波
流体	速度ポテンシャル	渦度	粘性・非等方圧力
観測量	密度ゆらぎ	磁場	重力波
大きさ (1次)	$\sim 10^{-5}$	~ 0	$\sim r^{1/2} \times$ スカラー $< 10^{-5}$

計量の摂動

計量の摂動 (conformal Newtonian gauge)

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[- \left(1 + 2\Phi^{(1)} \right) d\eta^2 + 2V_i^{(1)} d\eta dx^i + \left\{ \left(1 - 2\Psi^{(1)} \right) \delta_{ij} + \frac{1}{2} h_{ij}^{(1)} \right\} dx^i dx^j \right]$$

- scalar $\Psi^{(1)}, \Phi^{(1)} \sim 10^{-5}$
- vector $V_i^{(1)}$ ($\partial^i V_i^{(1)} = 0$) ~ 0
- tensor $h_{ij}^{(1)}$ ($h^{(1)i}{}_{i} = \partial^i h_{ij}^{(1)} = 0$) $\sim \sqrt{r} \Phi^{(1)} \lesssim 10^{-5}$

流体の方も分解できる

- 速度 \rightarrow (スカラー) + (ベクトル)
- 非等方ストレス \rightarrow (スカラー) + (ベクトル)
+ (テンソル)

アインシュタイン方程式

方程式は3つのパートに分解できる

$$G_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu}$$

$$G_{\mu\nu}^{(S)} = \kappa^2 T_{\mu\nu}^{(S)} \quad \text{連続、オイラー、ポアソン方程式}$$

$$G_{\mu\nu}^{(V)} = \kappa^2 T_{\mu\nu}^{(V)} \quad \text{オイラー方程式}$$

$$G_{\mu\nu}^{(T)} = \kappa^2 T_{\mu\nu}^{(T)} \quad \text{重力波の波動方程式}$$

例：スカラーの方程式

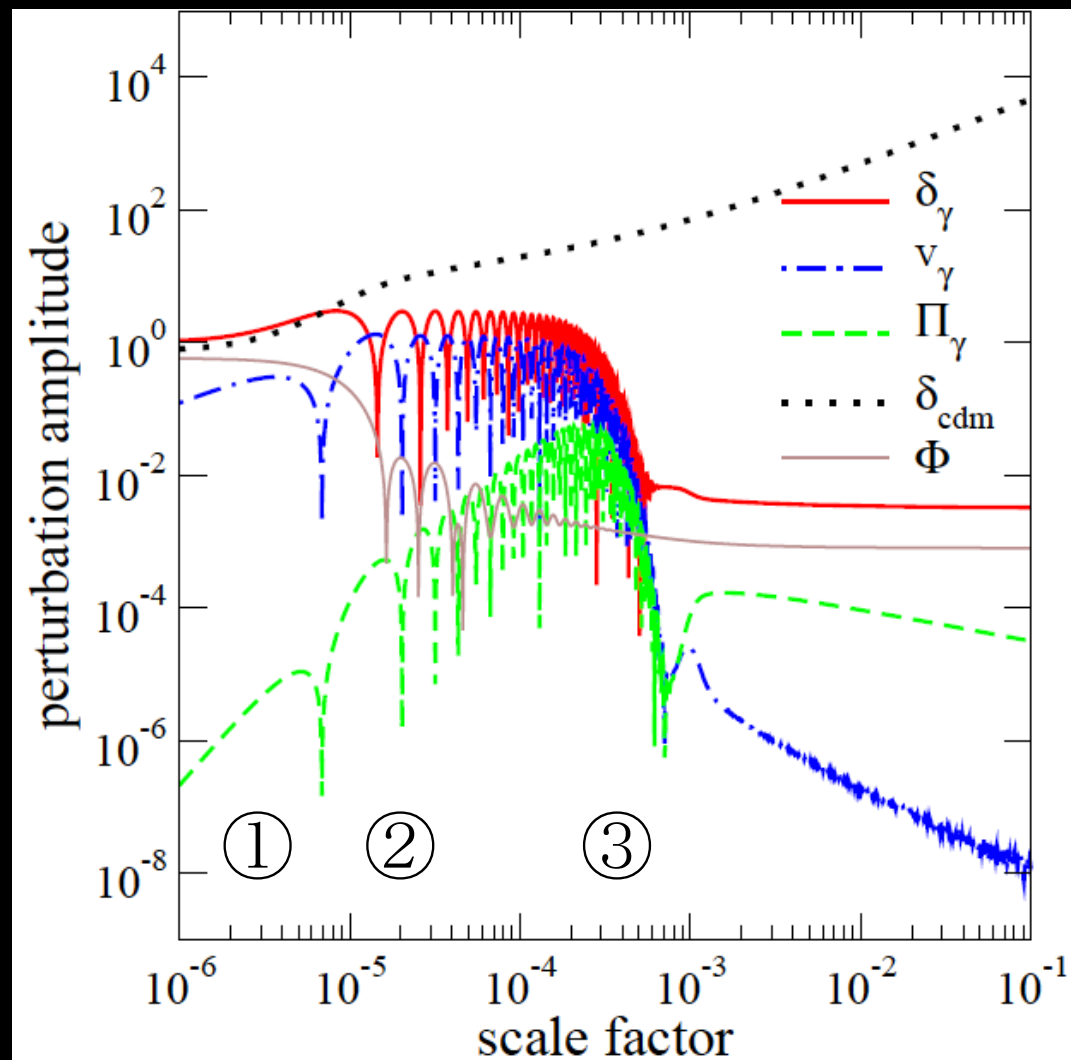
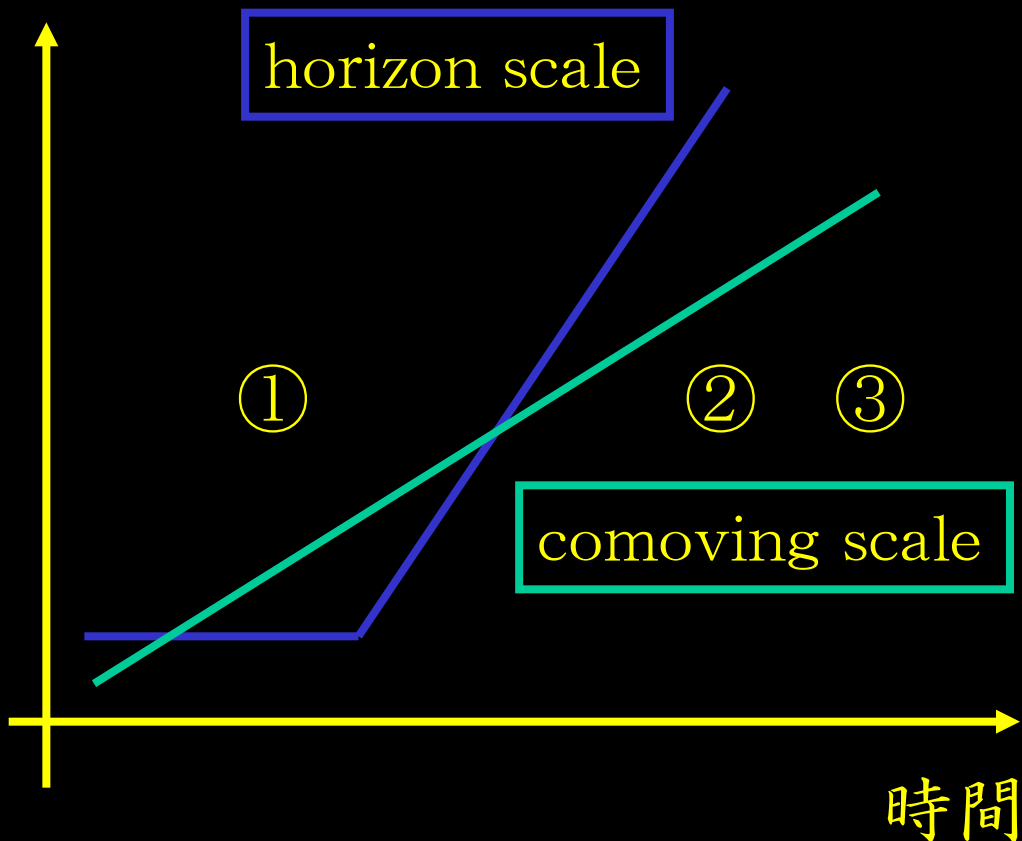
$$\square\Phi^{(1)} = (\dots)$$

ベクトル・テンソルから
1次で足のない量は作れない

× $\partial^i V_i^{(1)}, V^{(1)i} V_i^{(1)}, h^{(1)i}_i, h^{(1)}_{ij} \partial^i \partial^j \Phi^{(1)}, V^{(1)i} V^{(1)j} h^{(1)}_{ij}$

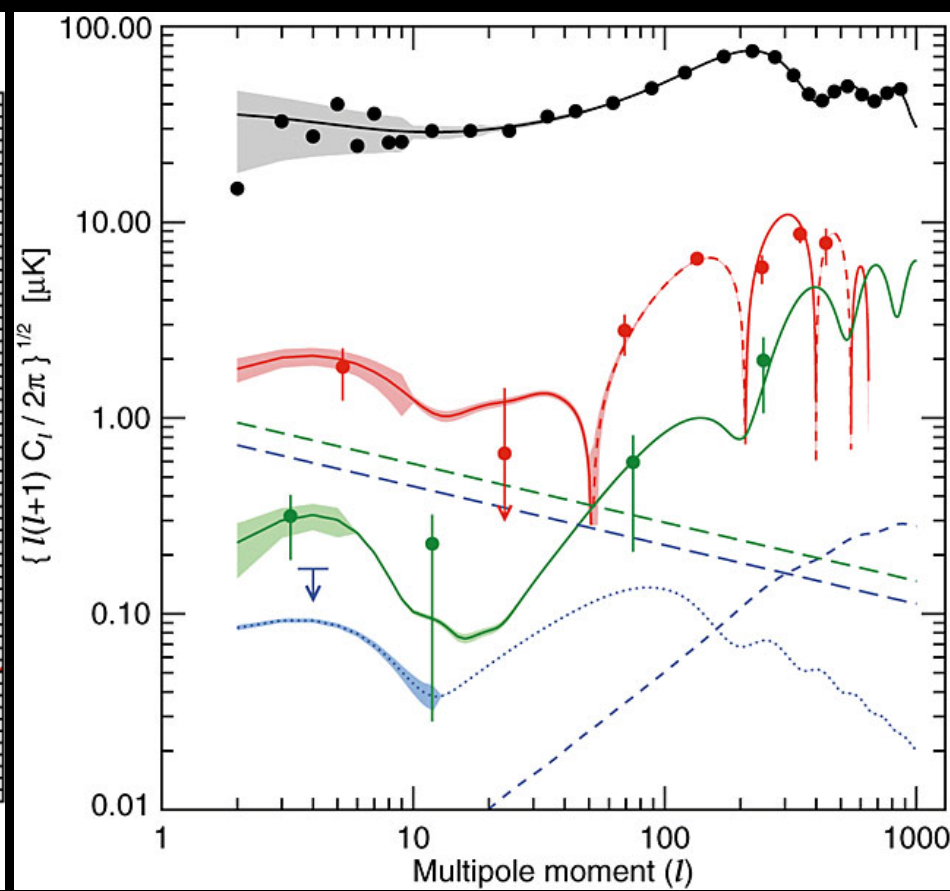
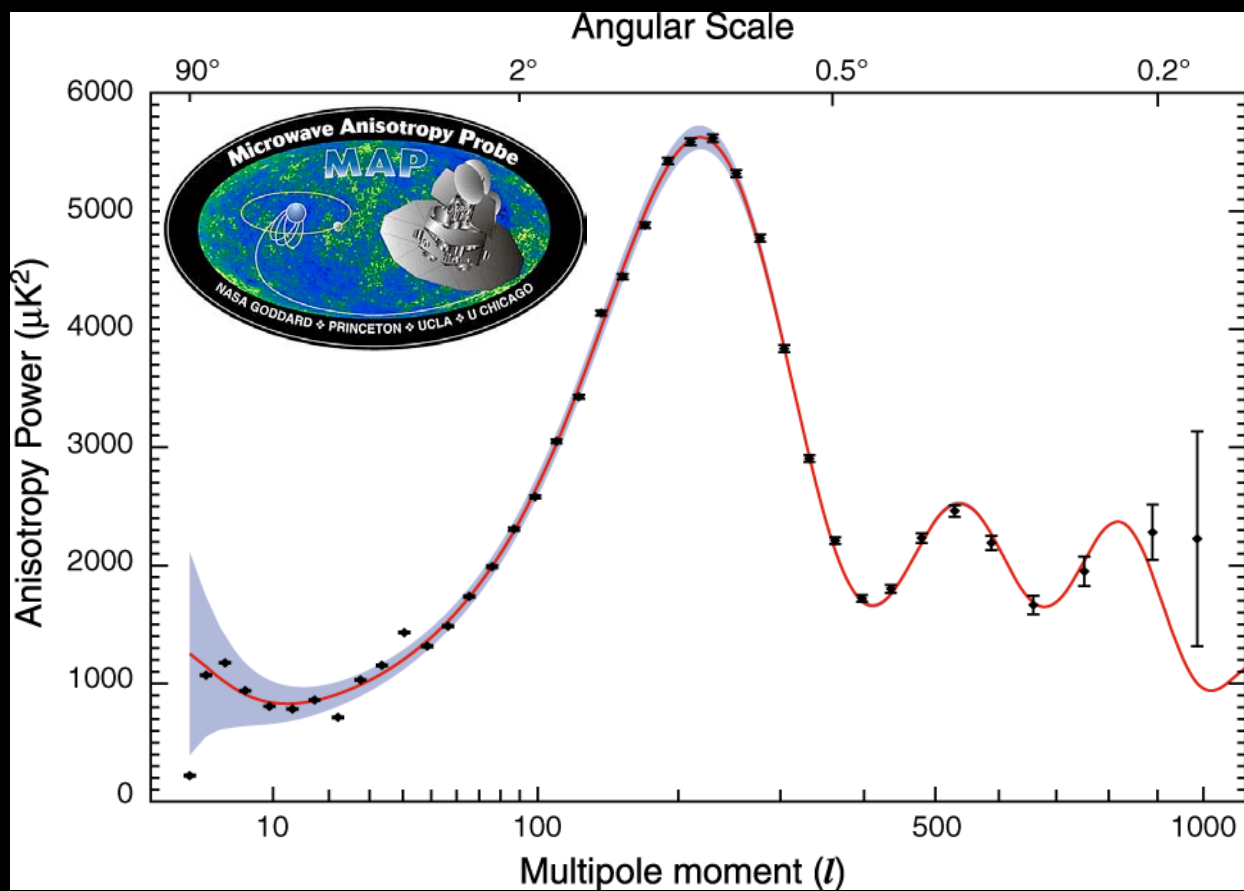
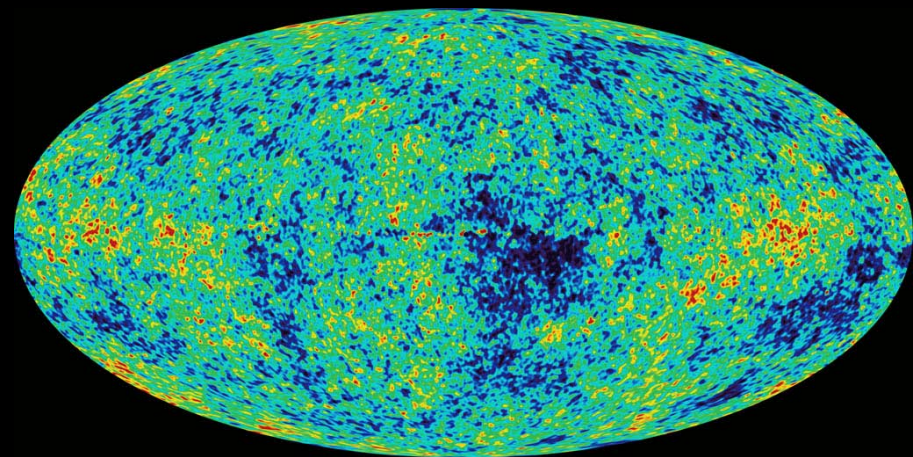
いろいろなゆらぎの振る舞い

- ①superhorizon ②音波振動 ③シルク減衰



1次摂動論の成果：CMB

宇宙背景放射のゆらぎの観測
→ 10個程度のパラメータで
2000個のデータを説明



1次摂動論の成果：銀河分布

銀河の分布関数を観測

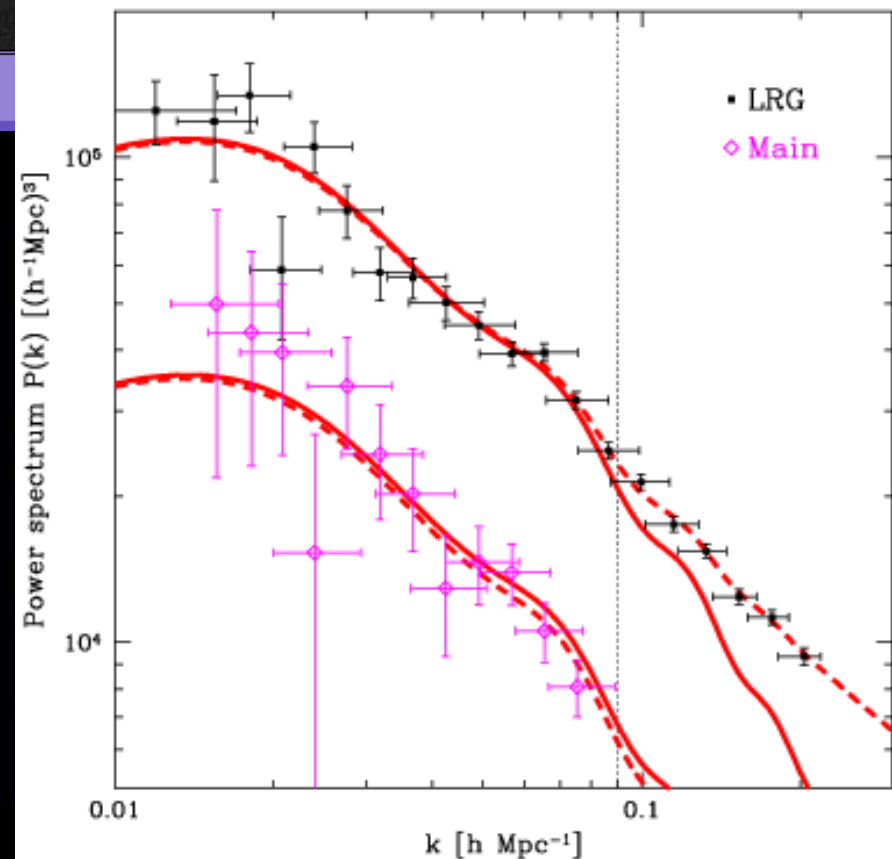
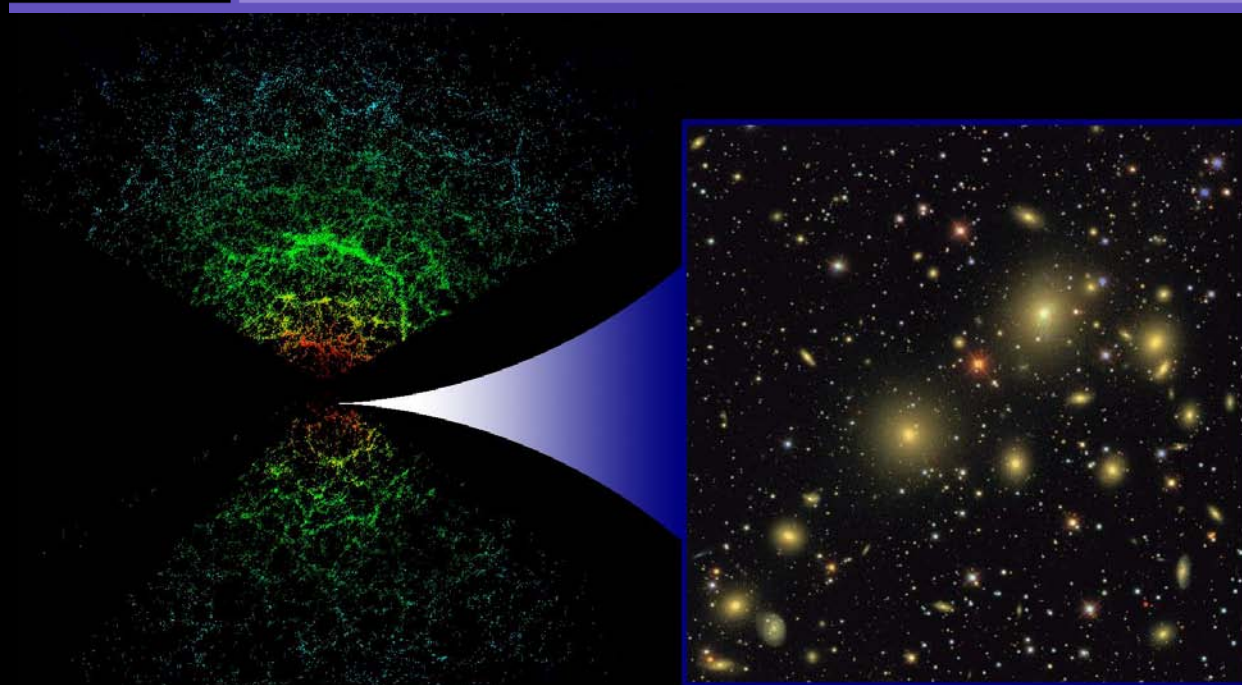
～バリオンゆらぎのスペクトル

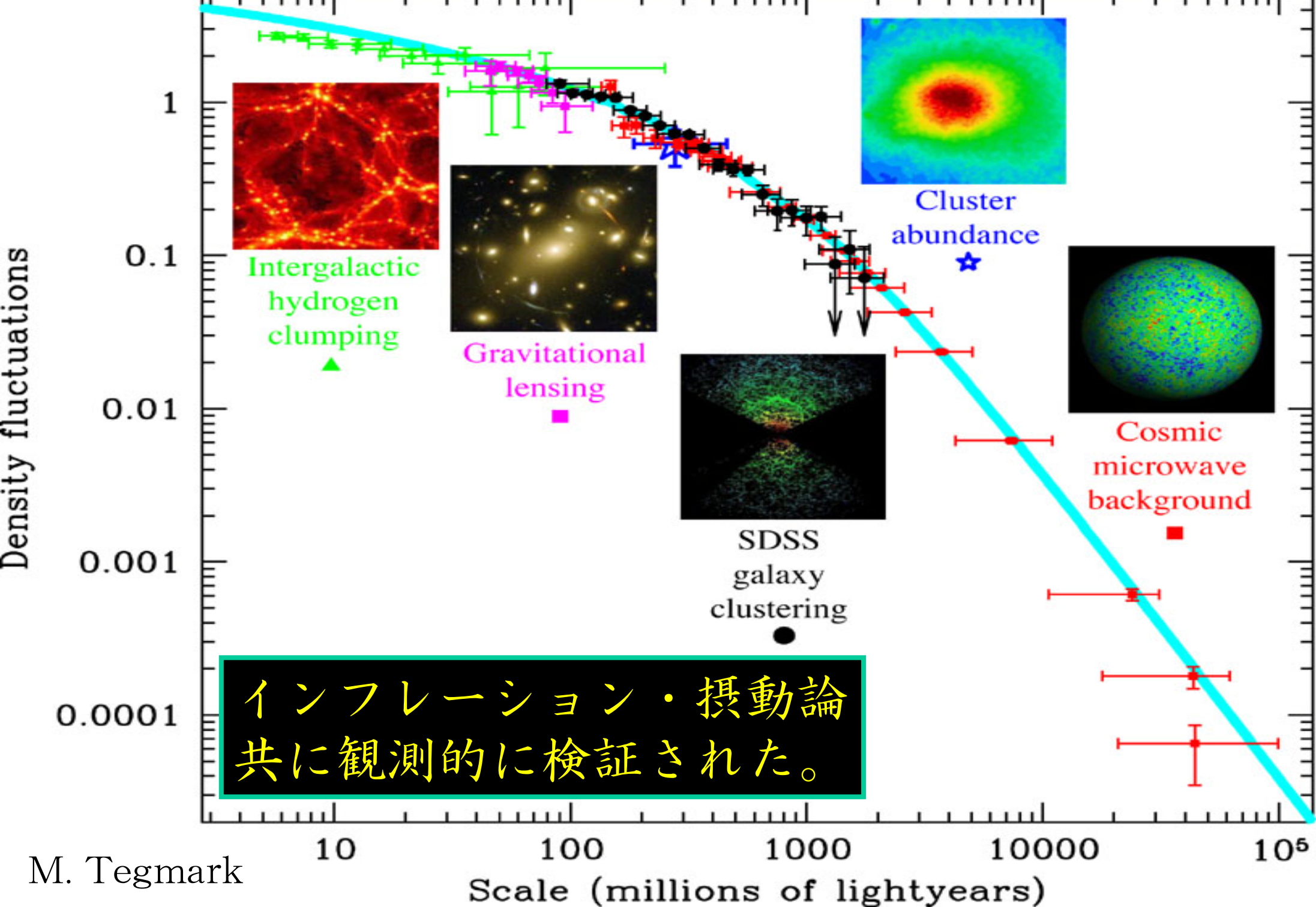
～ダークマターゆらぎのスペクトル



Sloan Digital Sky Survey

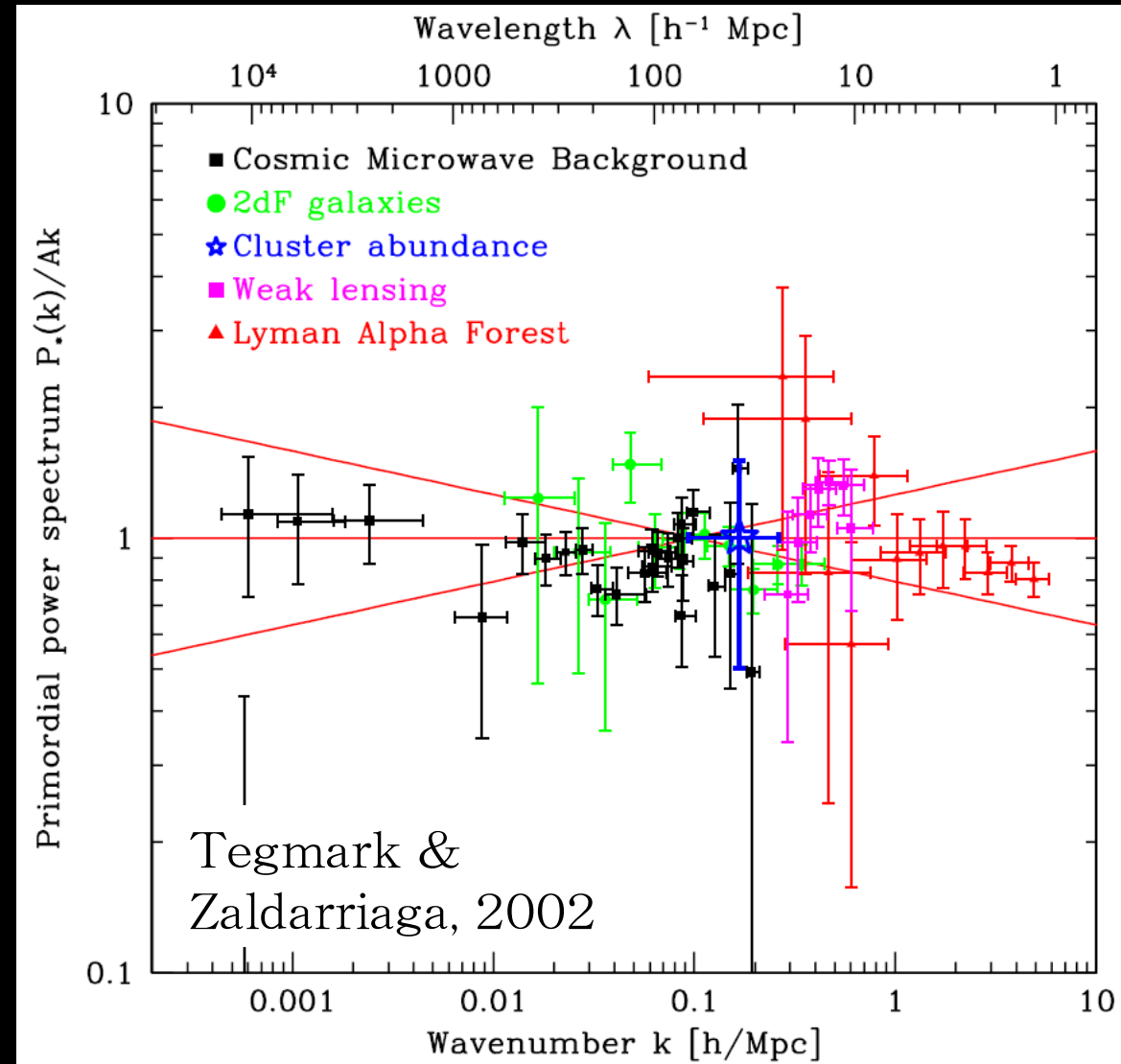
Mapping the Universe





ゆらぎに関する情報

- スケール
10Mpc \sim 10Gpc
- ゆらぎの大きさ
 $\delta \sim 2 \times 10^{-5}$
- スペクトル
ほぼスケール不変
 $0.95 < n < 1.05$
 $-0.1 < dn/d \ln k < 0.1$
- 重力波
 $r < 0.1$



宇宙論的摂動 1 次のもまとめ

理論

- ・ 一様等方からのずれに関して摂動
- ・ インフレーションで量子的に生成
- ・ 一般相対論 + ボルツマン方程式 + 流体方程式
- ・ スカラー、ベクトル、テンソルに分解

観測

- ・ CMB、銀河分布 . . .
- ・ スカラーはかなり観測できた
- ・ ベクトルは無し
- ・ テンソルは上限だけ

2次摂動のmotivation

なんで2次を考えるか？

△より精密に → 今のところ1次で十分精密

○1次では現れない効果

・ B mode (1次のテンソルがなければ)

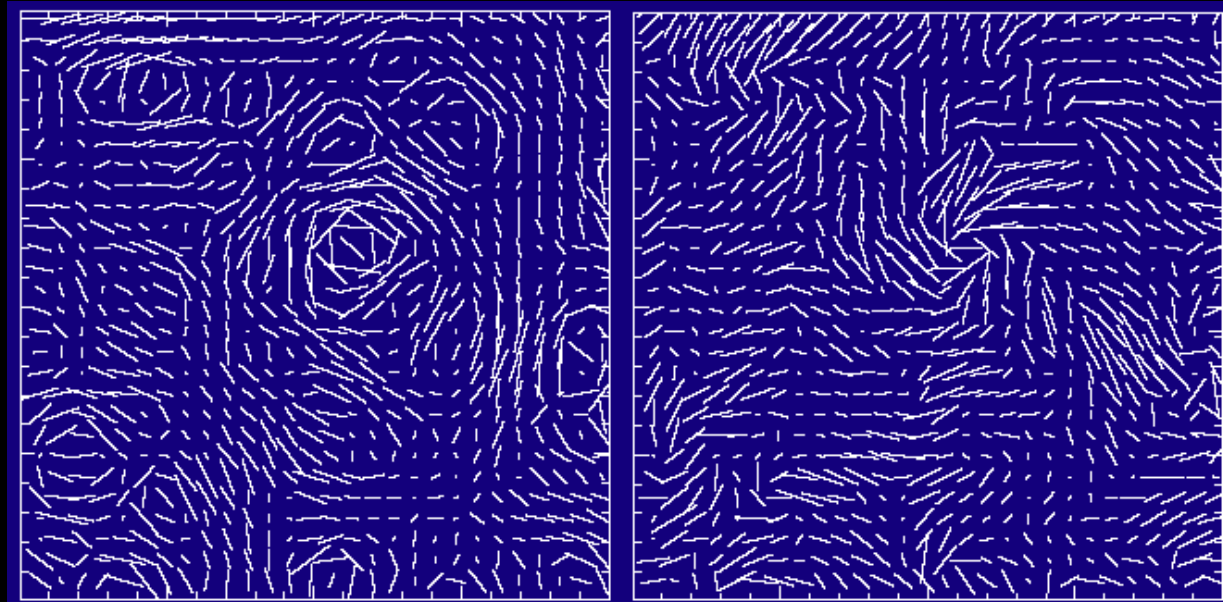
・ non Gaussianity

・ 磁場

・ 重力波

◎1次をより

よく知る



計量の2次摂動

計量の2次摂動

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[- \left(1 + 2\Phi^{(1)} + 2\Phi^{(2)} \right) d\eta^2 + 2 \left(V_i^{(1)} + V_i^{(2)} \right) d\eta dx^i \right. \\ \left. + \left\{ \left(1 - 2\Psi^{(1)} - 2\Psi^{(2)} \right) \delta_{ij} + \frac{1}{2} \left(h_{ij}^{(1)} + h_{ij}^{(2)} \right) \right\} dx^i dx^j \right]$$

2次摂動ではmode mixingがある。
なので面白く、複雑になる。

mode mixing

2次スカラーの方程式

$$\square\Phi^{(2)} = (\dots)$$

$$V^{(1)i}V_i^{(1)}, \quad h_{ij}^{(1)}\partial^i\partial^j\Phi^{(1)}, \quad h_{ij}^{(1)}\partial^iV^{(1)j}$$

2次のスカラーは1次のベクトル・テンソルから作ることができる → mode mixing!!

逆に、2次のベクトル・テンソルのソース項には1次のスカラー（の積）が存在する

- vector $\dots \partial^j(\partial_i\Phi^{(1)}\partial_j\Psi^{(1)} - \partial_j\Phi^{(1)}\partial_i\Psi^{(1)})$
- tensor $\dots (\delta_i^k\nabla^2 - \partial_i\partial^k)(\partial_j\Phi^{(1)}\partial_k\Psi^{(1)} - \partial_k\Phi^{(1)}\partial_j\Psi^{(1)})$

ただし純粋に2次の量同士は混合しない

宇宙論的摂動 2 次のまとめ

● 1 次では現れない効果

- ・ B mode
- ・ non Gaussianity
- ・ 磁場
- ・ 重力波

● mode mixing

- ・ スカラー、ベクトル、テンソルの混合
- ・ 純 2 次は分離される

● 今日のお話

- ・ 重力波 → 2 次摂動論の単純な応用
- ・ 磁場 → 2 次摂動論 + α

2、重力波の生成

重力波の生成

とにかく物が動けば重力波が出る

4 重極公式

- ・ binary
- ・ 超新星爆発
- ・ G R B
- ・ cosmic string
- ・ 相転移時のバブル
- ・ preheating

天体起源

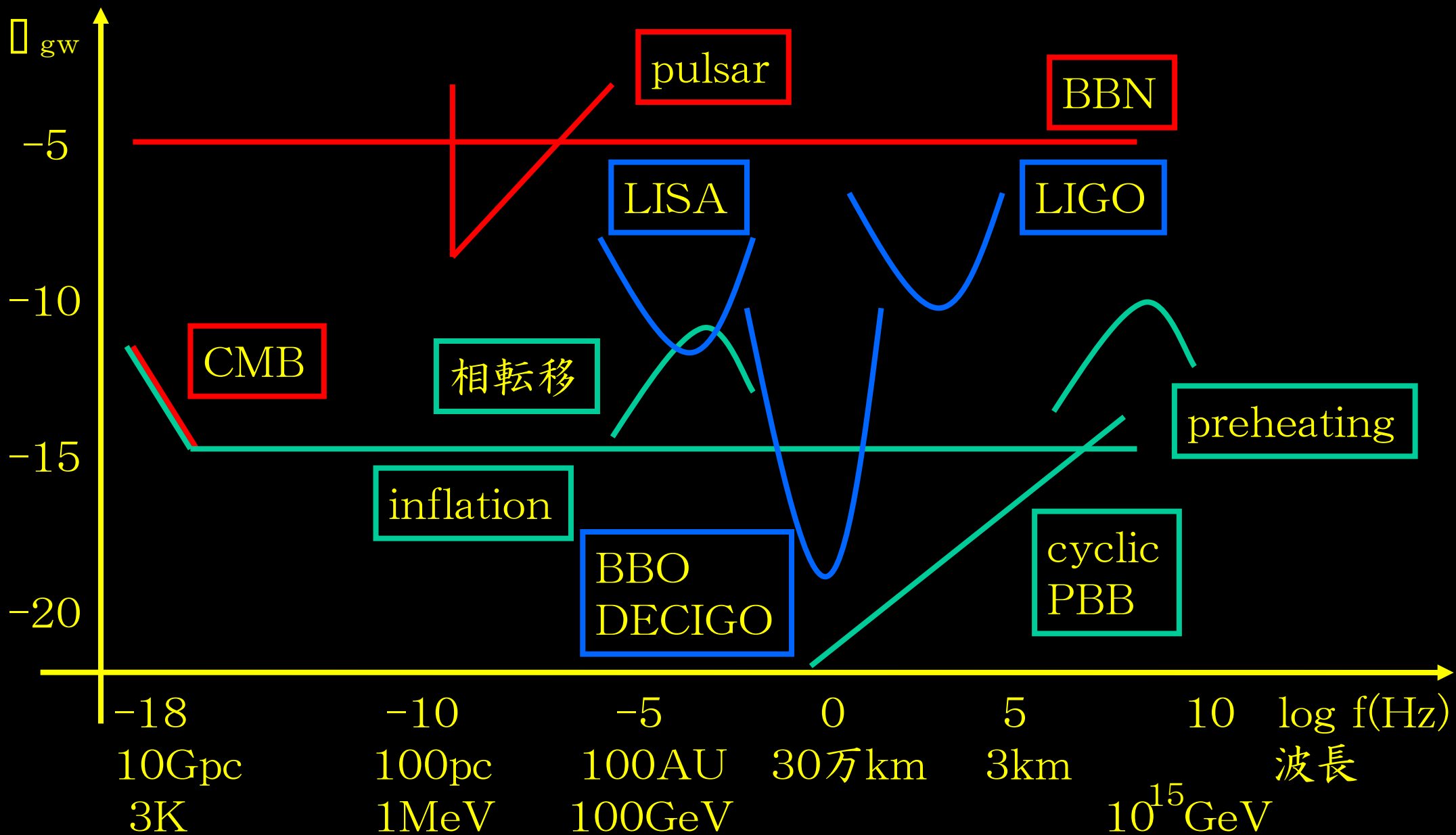
宇宙論的

+

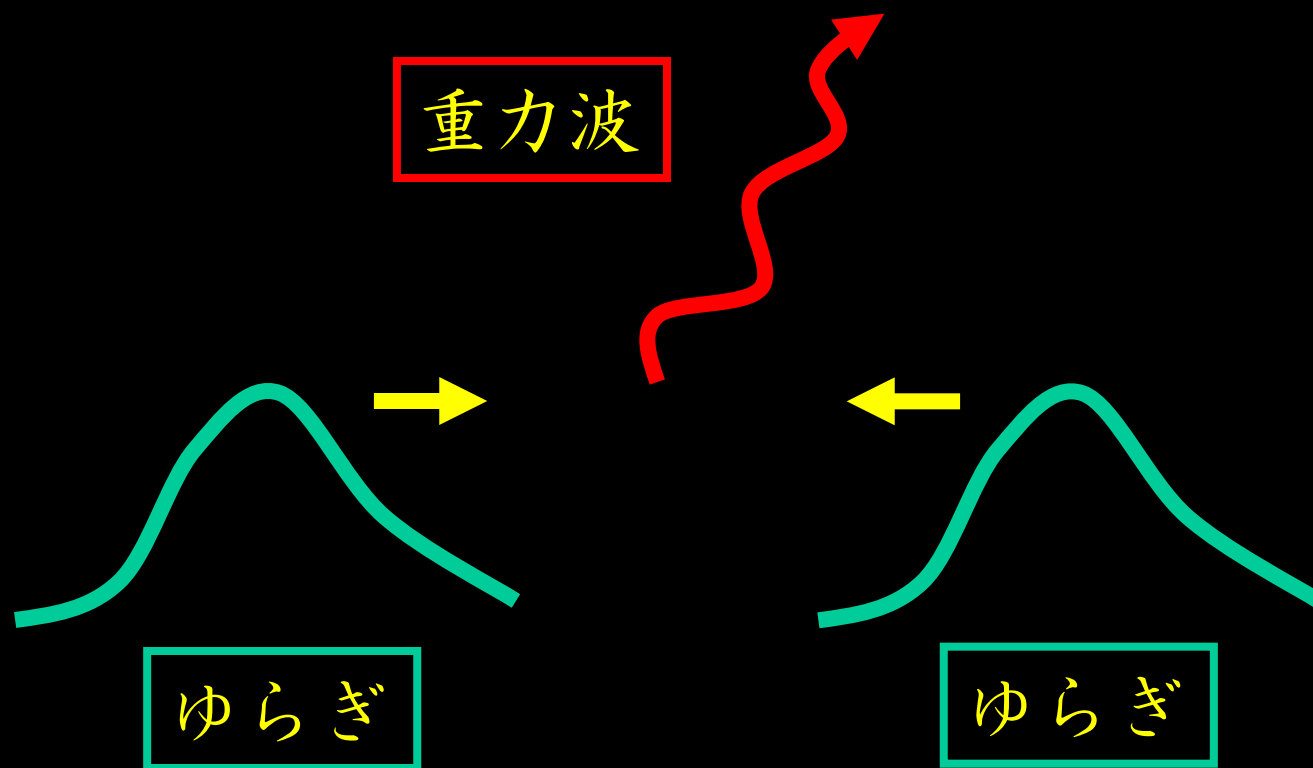
量子論的

- ・ 初期宇宙

重力波スペクトル



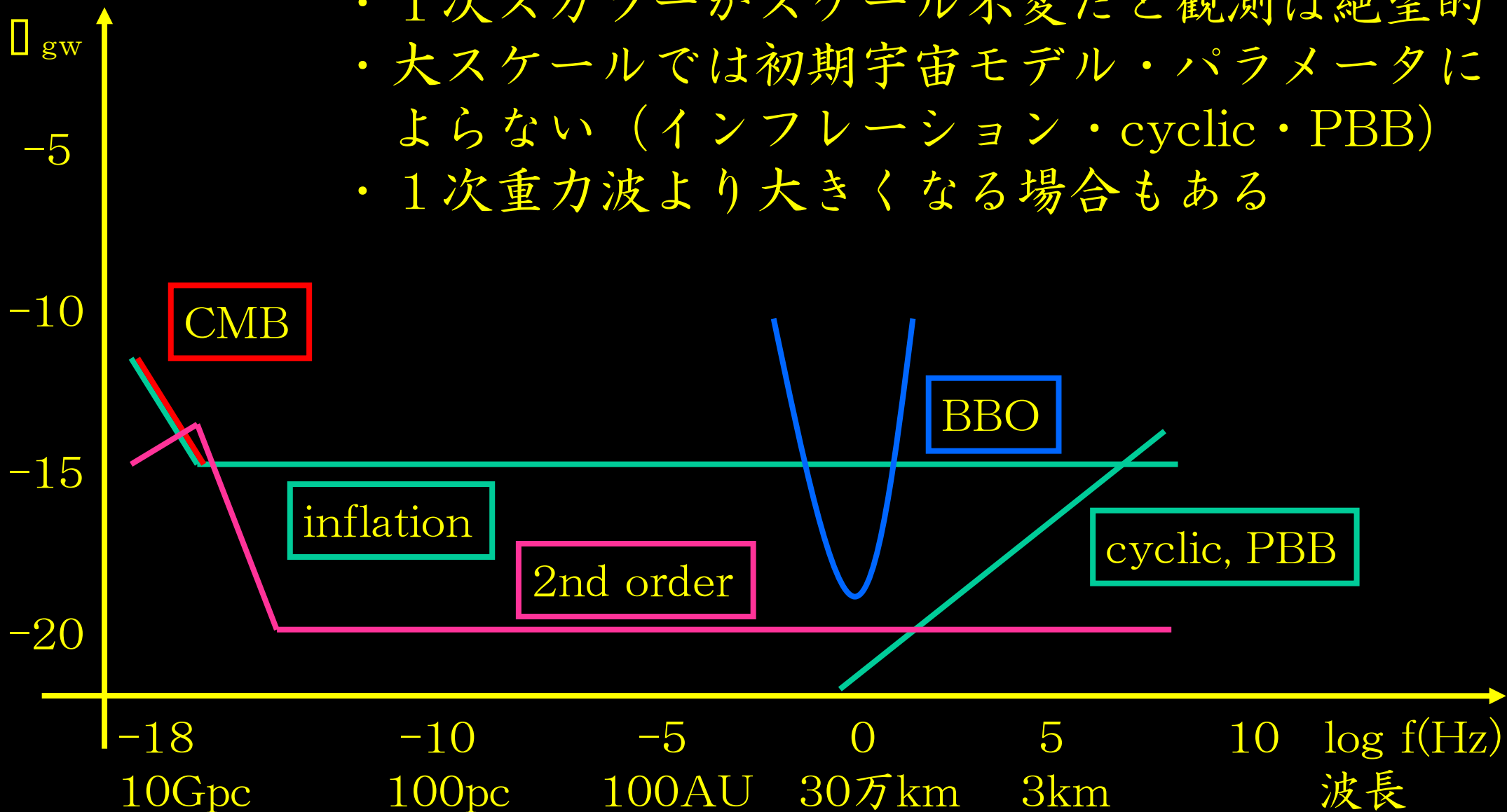
ゆらぎによる重力波生成のイメージ①



4重極公式的な理解で（たぶん）OK。

2次の重力波スペクトル

- ・ 1次スカラーがスケール不変だと観測は絶望的
- ・ 大スケールでは初期宇宙モデル・パラメータによらない (インフレーション・cyclic・PBB)
- ・ 1次重力波より大きくなる場合もある



具体的な計算

計量 (1次はスカラーだけ)

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[- \left(1 + 2\Phi^{(1)} + 2\Phi^{(2)} \right) d\eta^2 + 2V_i^{(2)} d\eta dx^i + \left\{ \left(1 - 2\Psi^{(1)} - 2\Psi^{(2)} \right) \delta_{ij} + \frac{1}{2} h_{ij}^{(2)} \right\} dx^i dx^j \right]$$

アインシュタイン方程式のTT成分を抜き出す

$$\hat{T}_{ij}{}^{lm} G_{lm}^{(2)} = \kappa^2 \hat{T}_{ij}{}^{lm} T_{lm}^{(2)}$$

射影テンソル

$$\hat{T}_{ij}{}^{lm} \mathcal{S}_{lm} = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \left[e_{ij}(\mathbf{k}) e^{lm}(\mathbf{k}) + \bar{e}_{ij}(\mathbf{k}) \bar{e}^{lm}(\mathbf{k}) \right] \int \frac{d^3\mathbf{x}'}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}'} \mathcal{S}_{lm}(\mathbf{x}')$$

アインシュタインテンソル

2次テンソルの
波動方程式の部分

2つの1次スカラーの積

$$G^{(2)i}_j = a^{-2} \left[\frac{1}{4} (h_j^{i''} + 2\mathcal{H}h_j^{i'} - \nabla^2 h_j^i) + 2\Phi^{(1)}\partial^i\partial_j\Phi^{(1)} - 2\Psi^{(1)}\partial^i\partial_j\Phi^{(1)} + 4\Psi^{(1)}\partial^i\partial_j\Psi^{(1)} + \partial^i\Phi^{(1)}\partial_j\Phi^{(1)} - \partial^i\Phi^{(1)}\partial_j\Psi^{(1)} - \partial^i\Psi^{(1)}\partial_j\Phi^{(1)} + 3\partial^i\Psi^{(1)}\partial_j\Psi^{(1)} + (\Phi^{(2)}, \Psi^{(2)}, V_i^{(2)} \text{ terms}) + (\text{diagonal part})\delta_j^i \right],$$

2次のスカラー・ベクトル等 → 射影で消える

エネルギー・運動量テンソル

2つの1次スカラーの積

$$T^{(2)i}_j = \left(\rho^{(0)} + P^{(0)} \right) v^{(1)i} v_j^{(1)} + P^{(0)} \Pi^{(2)i}_j + P^{(1)} \Pi^{(1)i}_j - P^{(2)} \delta^i_j$$

2次のテンソル
→ 消えないが
難しいので
今回は無視

射影で消える

もう一工夫

ソースつき波動方程式

$$\square h_{ij}^{(2)} = T_{ij}^{\text{grav}}(\Phi^{(1)}, \Psi^{(1)}) + T_{ij}^{\text{matter}}(\rho^{(1)}, P^{(1)}, v_i^{(1)}, \Pi_{ij}^{(1)})$$

1 次のスカラーのconstraintより

$$\begin{aligned} v_i^{(1)} &= -\frac{2}{\kappa^2 a^2 (\rho^{(0)} + P^{(0)})} \partial_i \left(\Psi^{(1)'} + \mathcal{H} \Phi^{(1)} \right), \\ \rho^{(1)} &= -\frac{2}{\kappa^2 a^2} \left[3\mathcal{H} \left(\mathcal{H} \Phi^{(1)} - \Psi^{(1)'} \right) + \nabla^2 \Psi^{(1)} \right], \\ P^{(1)} &\equiv c_s^2 \rho^{(1)}, \\ \Pi^{(1)i}{}_j &= -\frac{1}{\kappa^2 a^2 P^{(0)}} \left(\partial^i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_j^i \nabla^2 \right) \left(\Phi^{(1)} - \Psi^{(1)} \right) \end{aligned}$$

全てのスカラーは \square と \square で書ける

2次テンソルの方程式

全て合わせて、

$$h_{\mathbf{k}}'' + 2\mathcal{H}h_{\mathbf{k}}' + k^2 h_{\mathbf{k}} = \mathcal{S}(\mathbf{k}, \eta)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\mathbf{k}, \eta) = & 4 \int \frac{d^3 \tilde{\mathbf{k}}}{(2\pi)^{3/2}} e^{lm}(\mathbf{k}) \tilde{k}_l \tilde{k}_m \\ & \left[\left\{ \frac{7 + 3w}{3(1+w)} - \frac{2c_s^2}{w} \right\} \Phi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Phi_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) + \left(1 - \frac{2c_s^2 \tilde{k}^2}{3w\mathcal{H}^2} \right) \Psi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Psi_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \right. \\ & + \frac{2c_s^2}{w} \left(1 + \frac{\tilde{k}^2}{3\mathcal{H}^2} \right) \Phi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Psi_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) + \left\{ \frac{8}{3(1+w)} + \frac{2c_s^2}{w} \right\} \frac{1}{\mathcal{H}} \Phi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Psi'_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \\ & \left. - \frac{2c_s^2}{w\mathcal{H}} \Psi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Psi'_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) + \frac{4}{3(1+w)\mathcal{H}^2} \Psi'_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Psi'_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \right], \end{aligned}$$

知っている1次スカラーをソース項とした波動方程式

ソース項

ソース項の構造

$$\mathcal{S}(\mathbf{k}, \eta) \sim \int d^3 \tilde{\mathbf{k}} f(\mathbf{k}, \tilde{\mathbf{k}}, \eta) \Phi_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Phi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta)$$

early universe と late universe の分離

$$\Phi_{\mathbf{k}}(\eta) \equiv \underline{\Phi(k\eta)} \underline{\psi_{\mathbf{k}}}, \quad \Psi_{\mathbf{k}}(\eta) \equiv \underline{\Psi(k\eta)} \underline{\psi_{\mathbf{k}}}$$

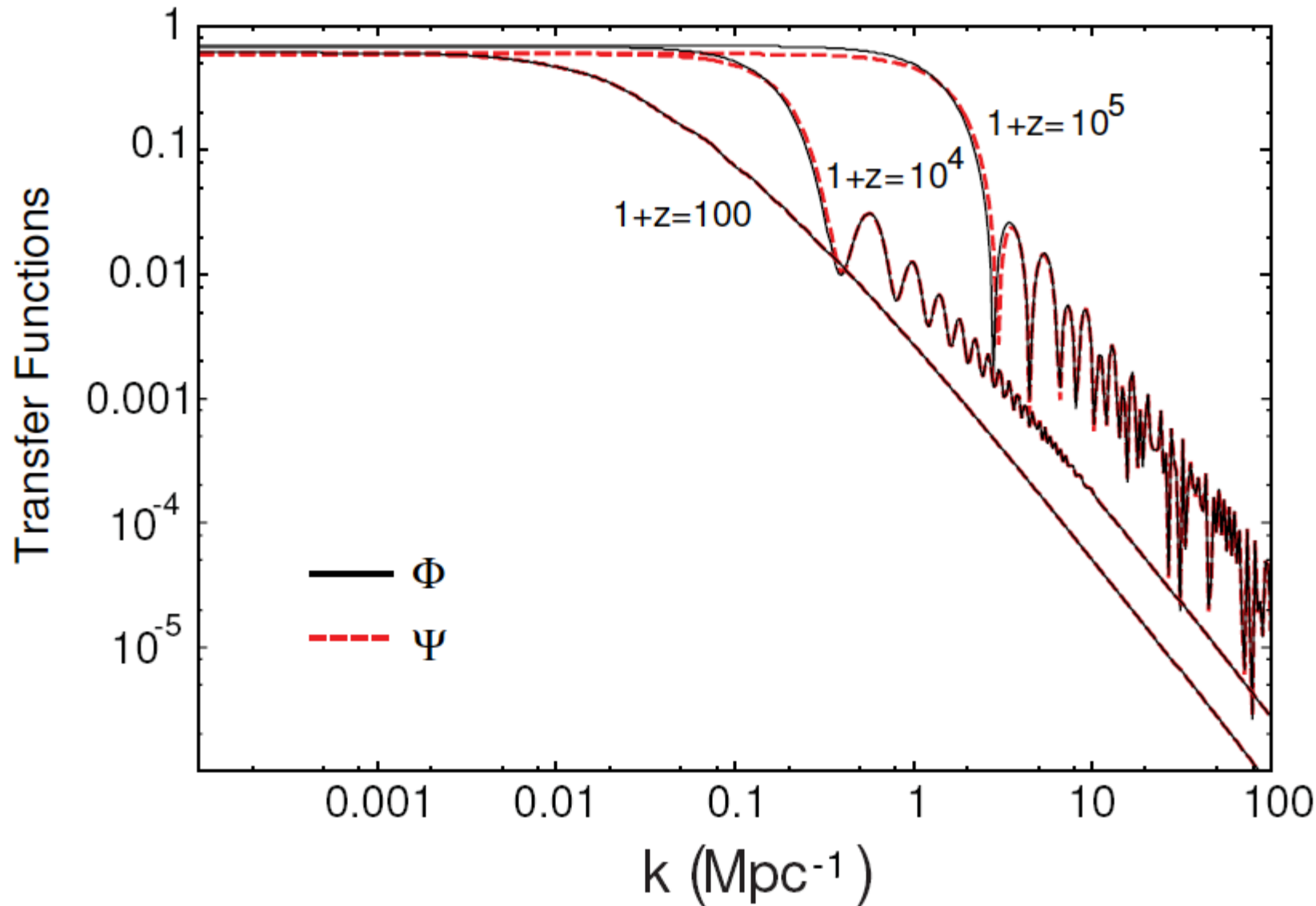
transfer function : horizon に入ってから的发展

primordial fluctuation : ゆらぎの初期条件

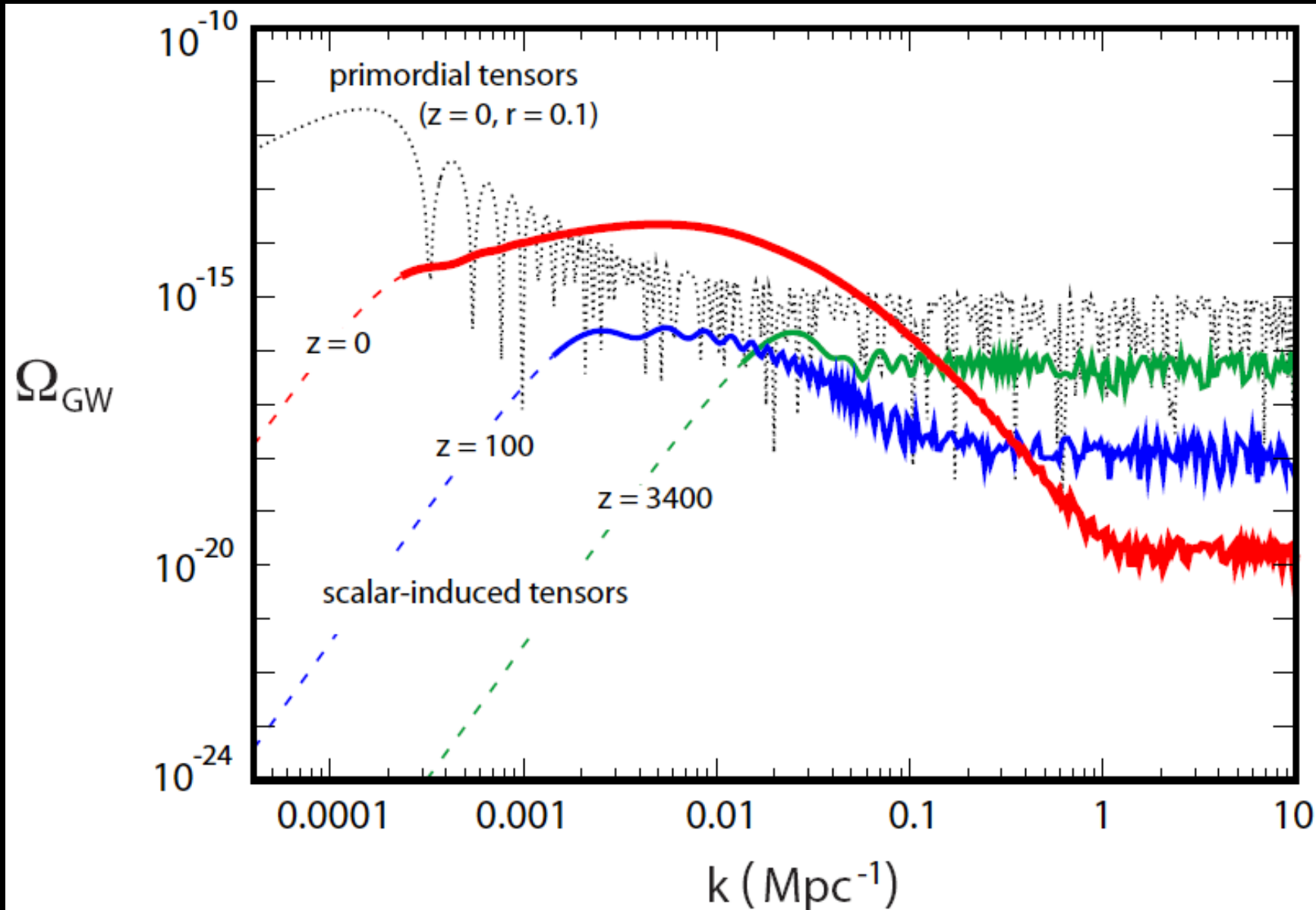
インフレーションでできたゆらぎの統計的情報

$$\langle \psi_{\mathbf{k}} \psi_{\tilde{\mathbf{k}}} \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} P(k) \delta(\mathbf{k} + \tilde{\mathbf{k}}) \quad P(k) = \frac{4}{9} \Delta_{\mathcal{R}}^2(k_0) \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s - 1}$$

重力ポテンシャルの振る舞い



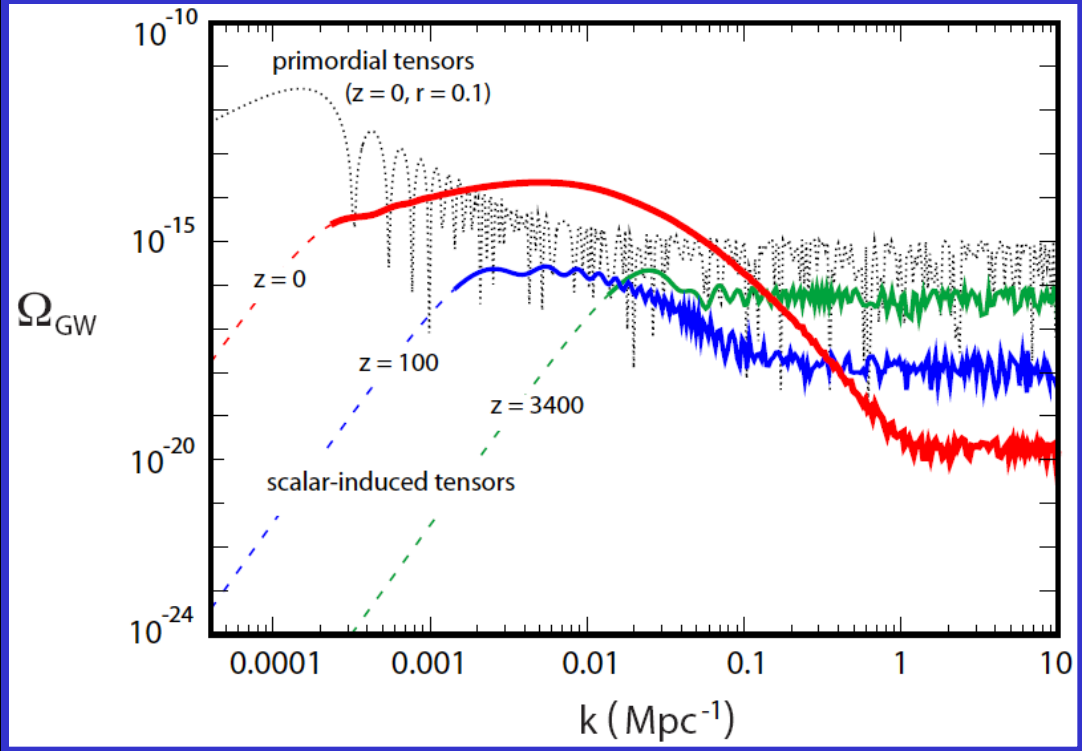
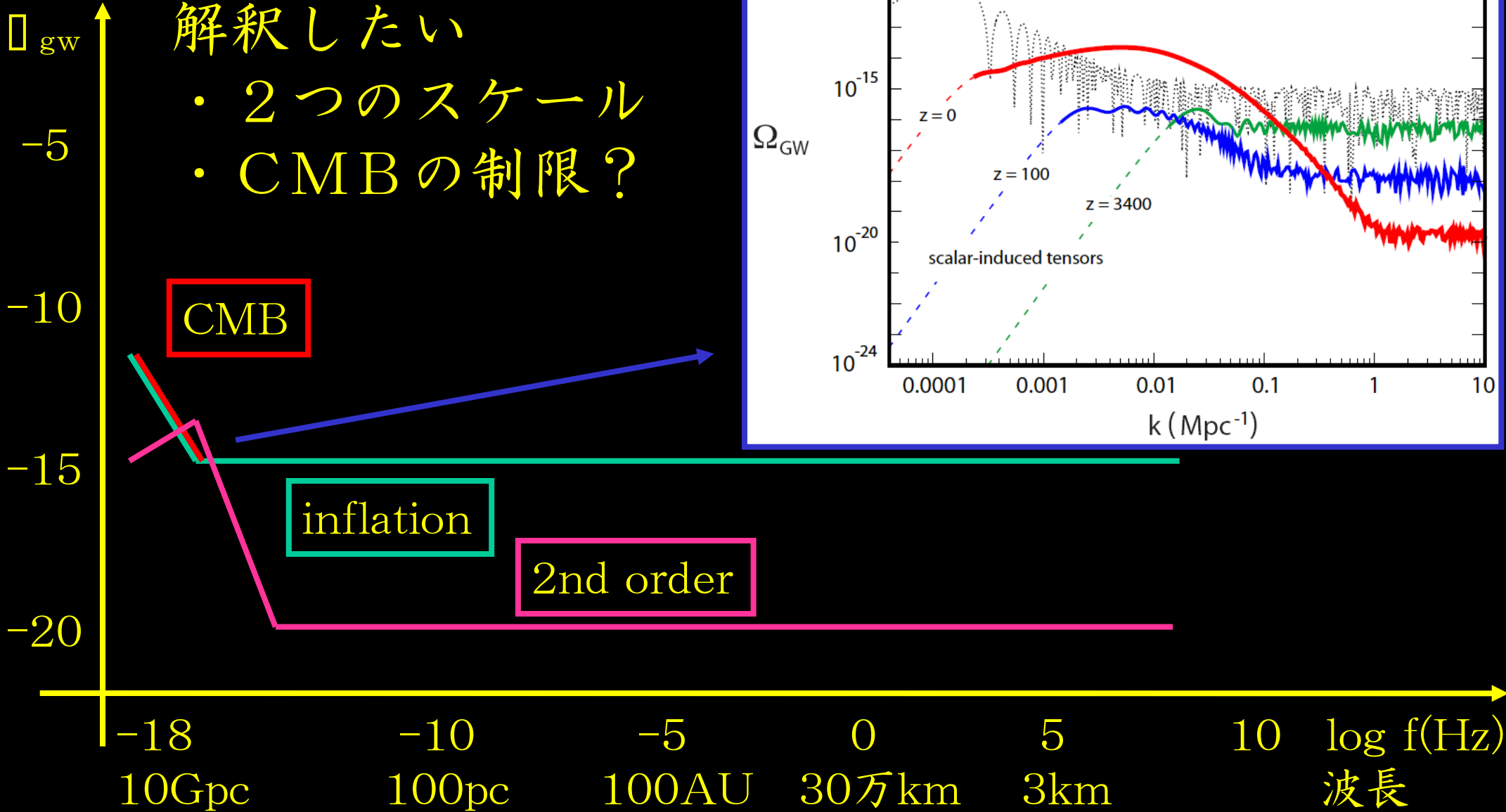
数値計算によるスペクトル



2次の重力波スペクトル

解釈したい

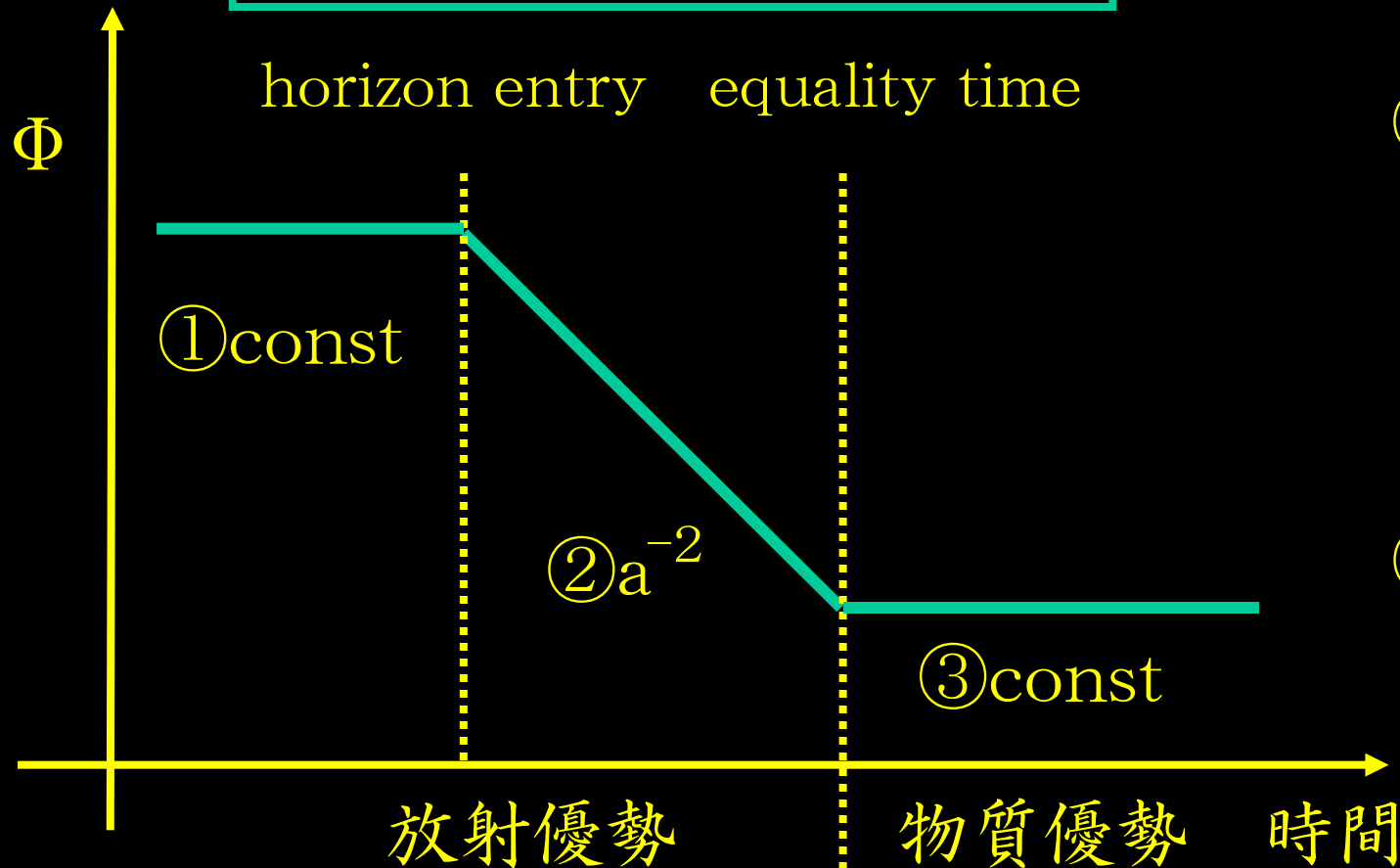
- ・ 2つのスケール
- ・ CMBの制限?



スペクトルの解釈

$$h''_{\mathbf{k}} + 2\mathcal{H}h'_{\mathbf{k}} + k^2 h_{\mathbf{k}} = \mathcal{S}(\mathbf{k}, \eta) \sim \int d^3\tilde{\mathbf{k}} \tilde{k}^2 \Phi_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Phi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta)$$

Φ ($\sim \Psi$) の時間発展



①superhorizon
 $\sim \text{const}$

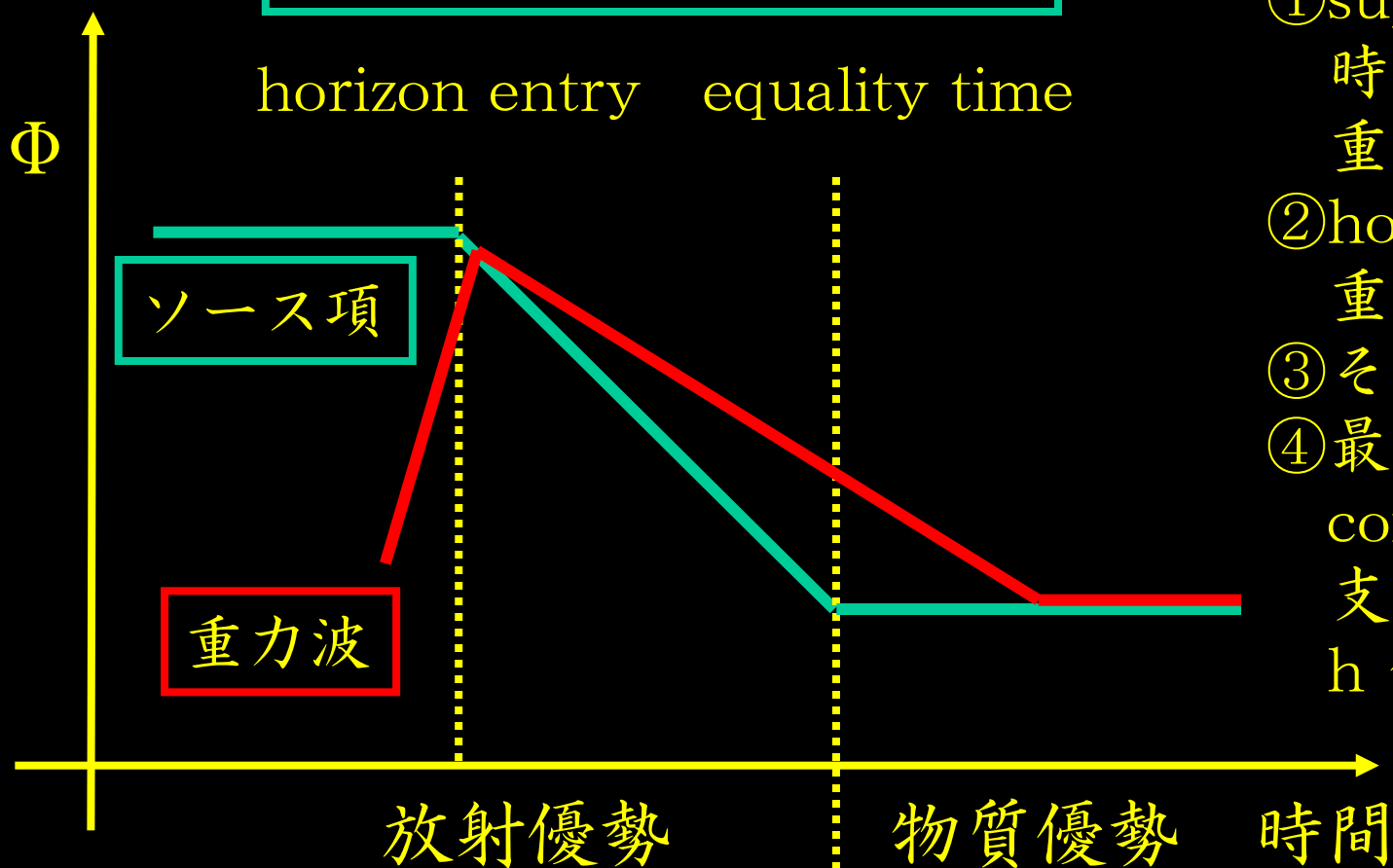
②放射優勢
→ 音速 \sim 光速
→ ゆらぎは成長できない
→ Φ はdecay

③物質優勢
→ ゆらぎ成長
→ $\Phi \sim \text{const}$

重力波の振る舞い①

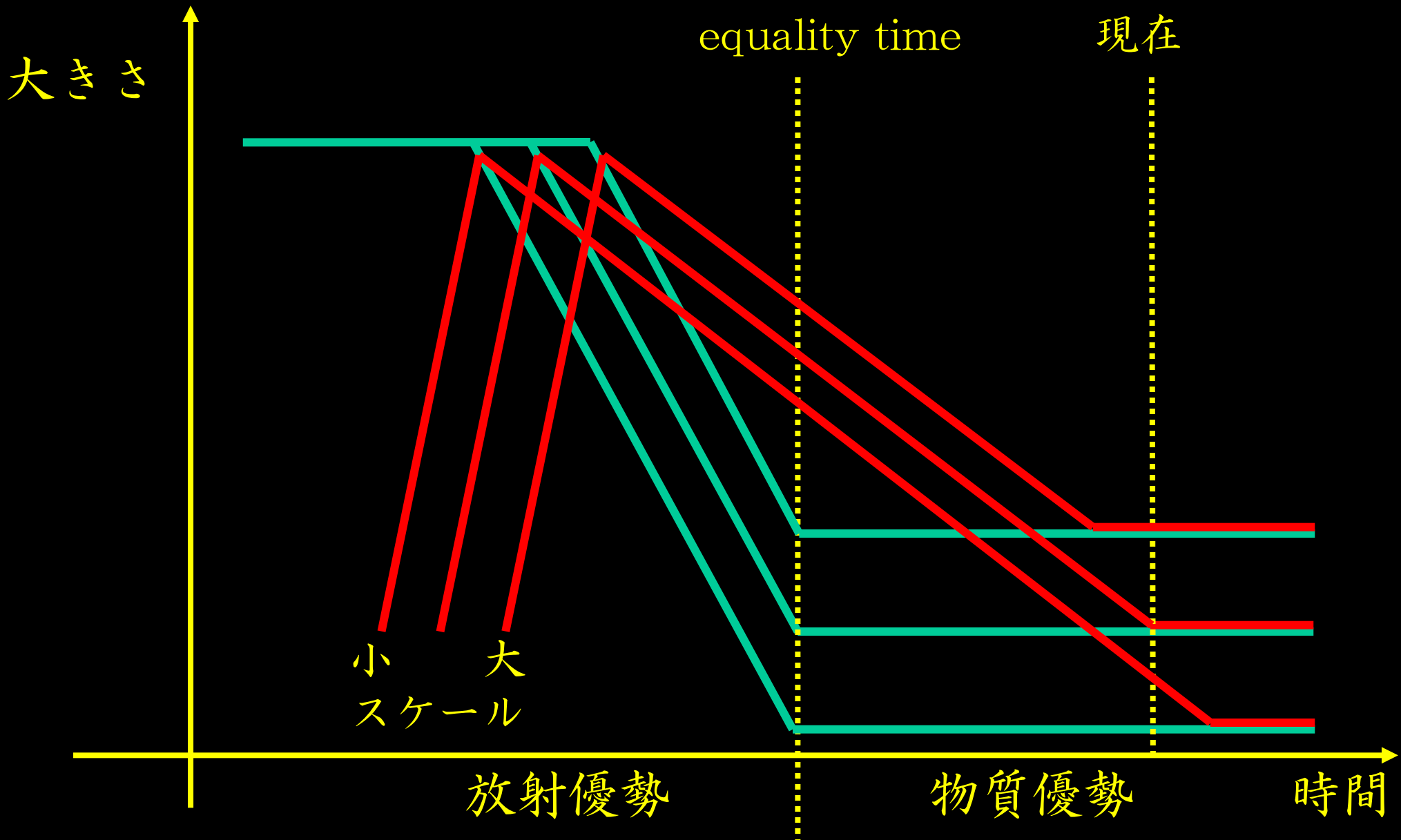
$$h''_{\mathbf{k}} + 2\mathcal{H}h'_{\mathbf{k}} + k^2 h_{\mathbf{k}} = \mathcal{S}(\mathbf{k}, \eta) \sim \int d^3\tilde{\mathbf{k}} \tilde{k}^2 \Phi_{\mathbf{k}-\tilde{\mathbf{k}}}(\eta) \Phi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\eta)$$

ソース項の時間発展



- ①superhorizon
時間微分項 $\sim H^2 h$ が卓越
重力波は生成されない
- ②horizon entry
重力波生成： $h \sim S/k^2$
- ③その後しばらく $1/a$ で減衰
- ④最終的には
constantなソース項に
支えられて作られ続ける
 $h \sim \text{const}$

重力波の振る舞い②

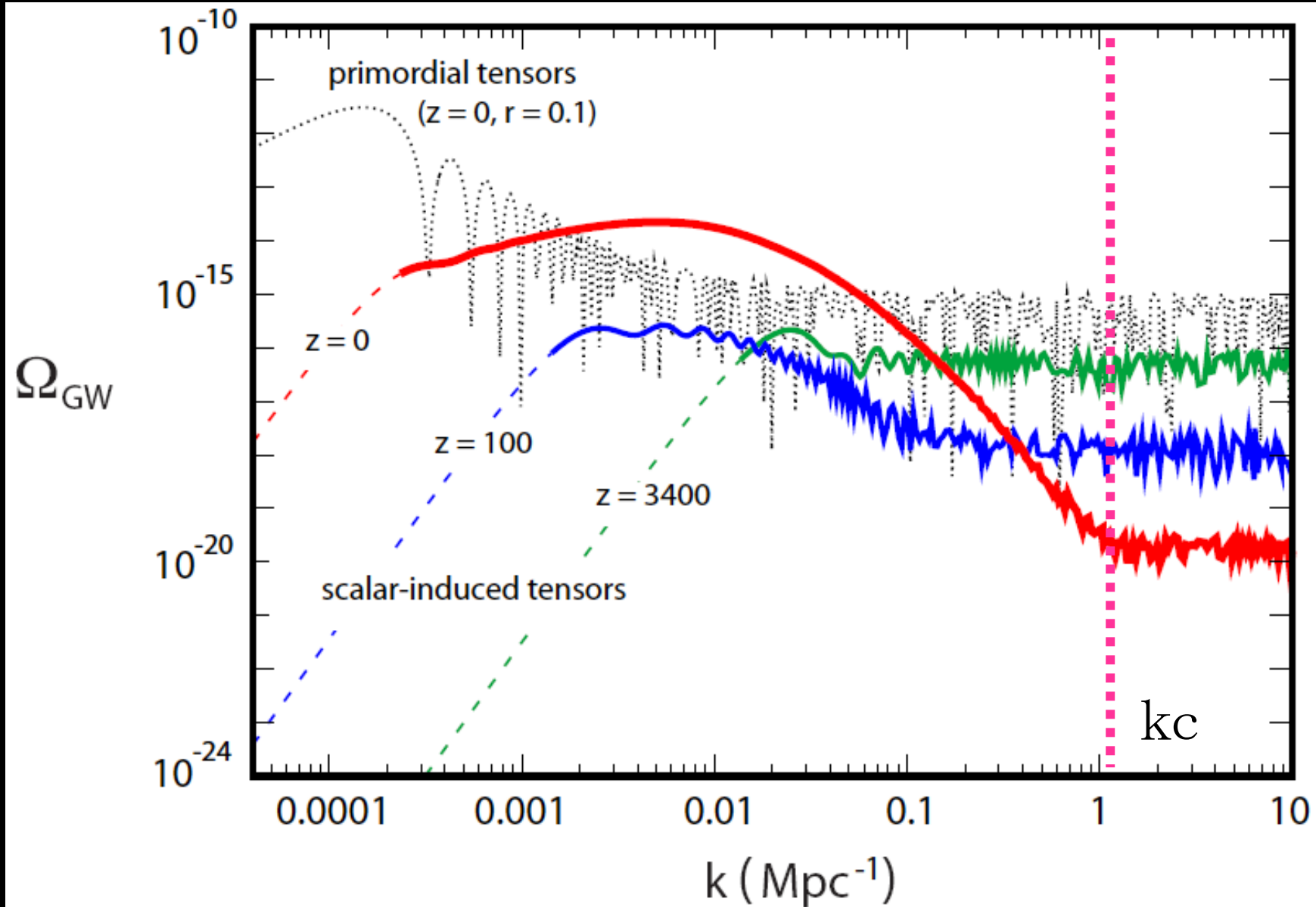


重力波の振る舞い③

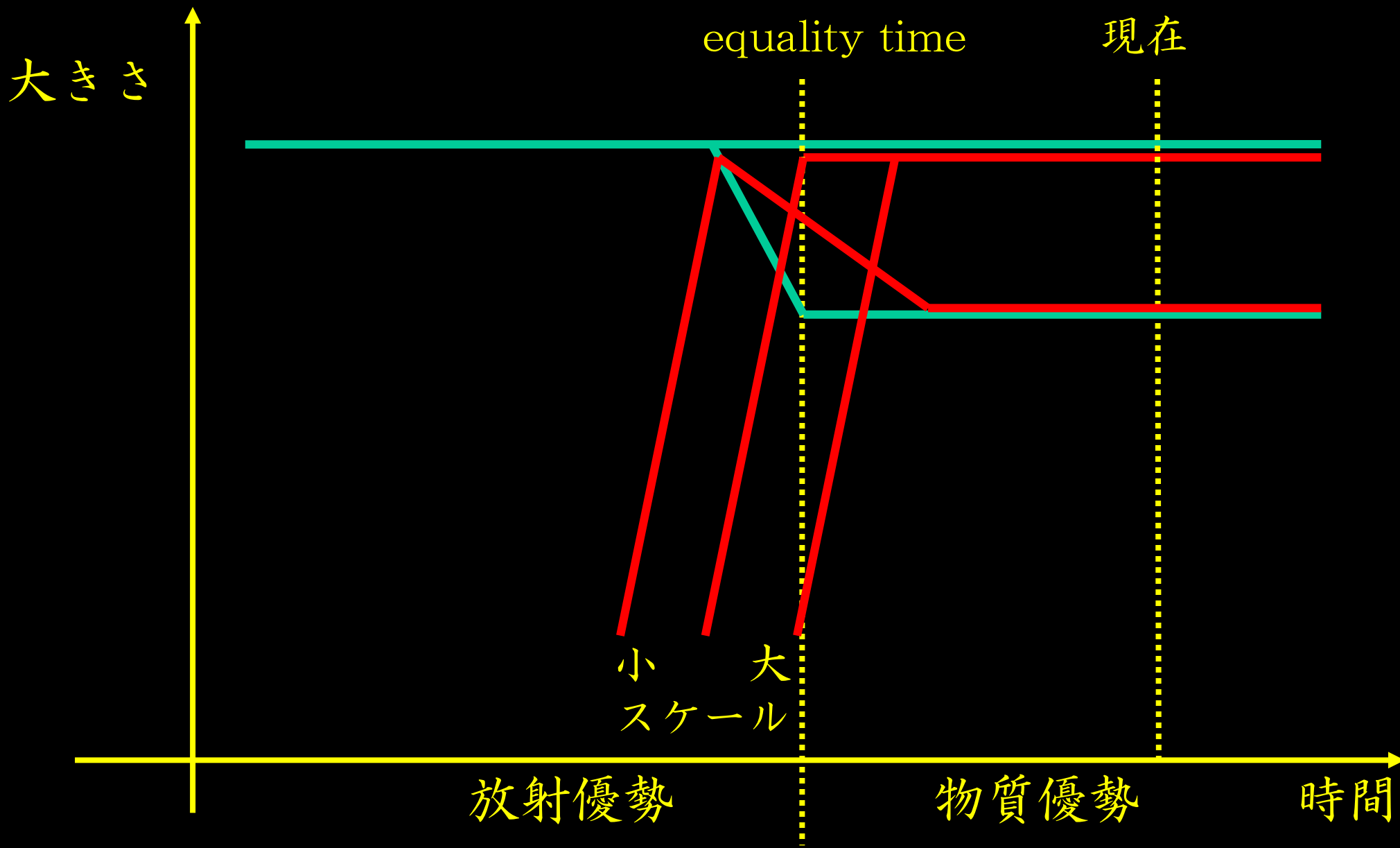
現在ちょうどconstantな振幅に落ち着くようなcriticalなスケールがある(kc)。

- ・ それより小さなスケールではhorizon entry以来 $1/a$ で落ち続けている
 - 1次の小スケールと同じ振る舞い
- ・ それより大きなスケールではある程度減衰してからconstantに落ち着く
 - 大スケールほどあまり減衰せず早くconstantになる
 - 大スケールほど Ω は大きい(red spectrum)

数値計算によるスペクトル (再)



重力波の振る舞い④



重力波の振る舞い⑤

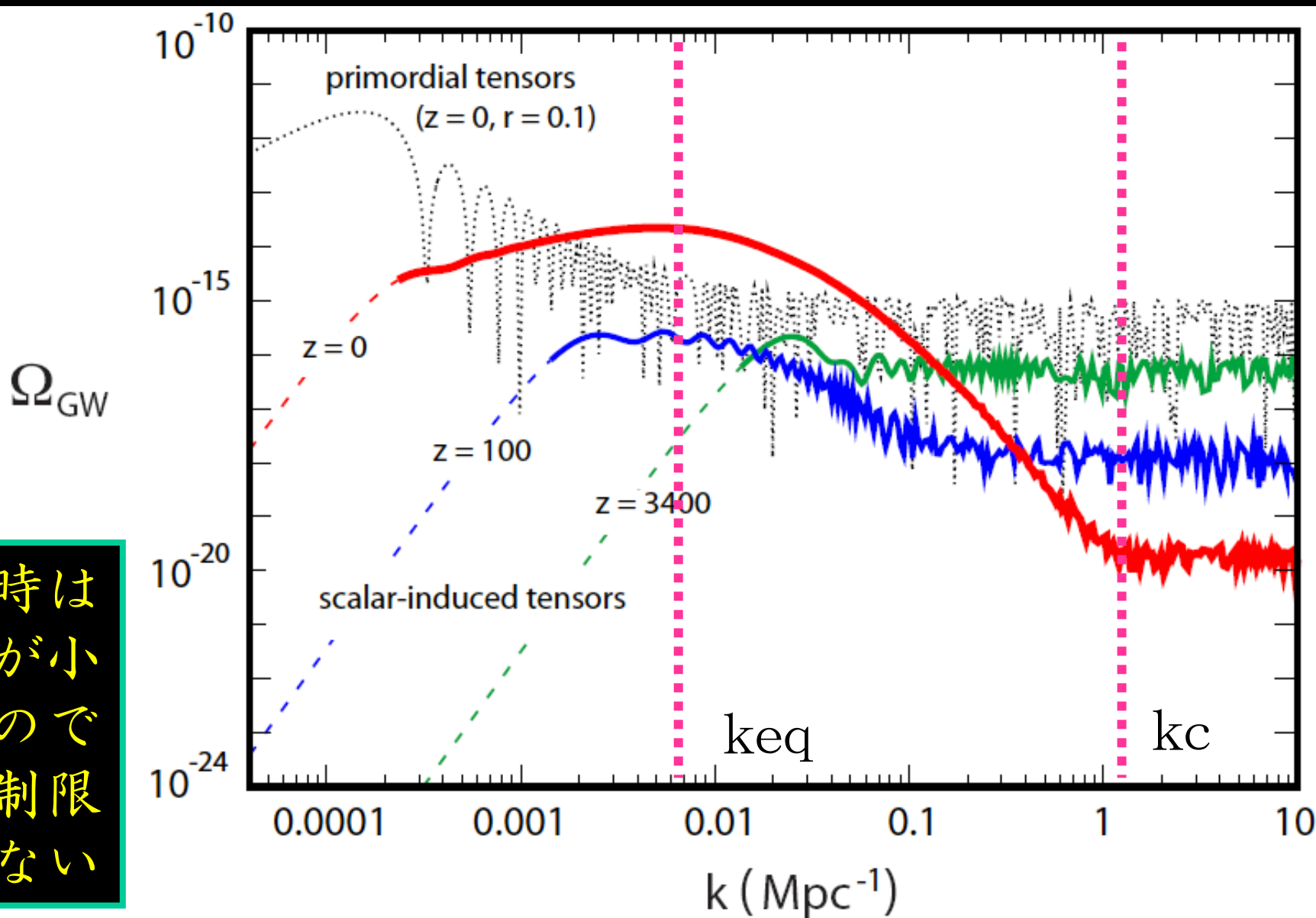
k_{eq} より大きなスケール（物質優勢でhorizonに入る）

- horizonに入ってから以降全然減衰しない
- 振幅は波長によらない

振幅が時間的に一定だとエネルギー密度は $1/a^2$ で減衰

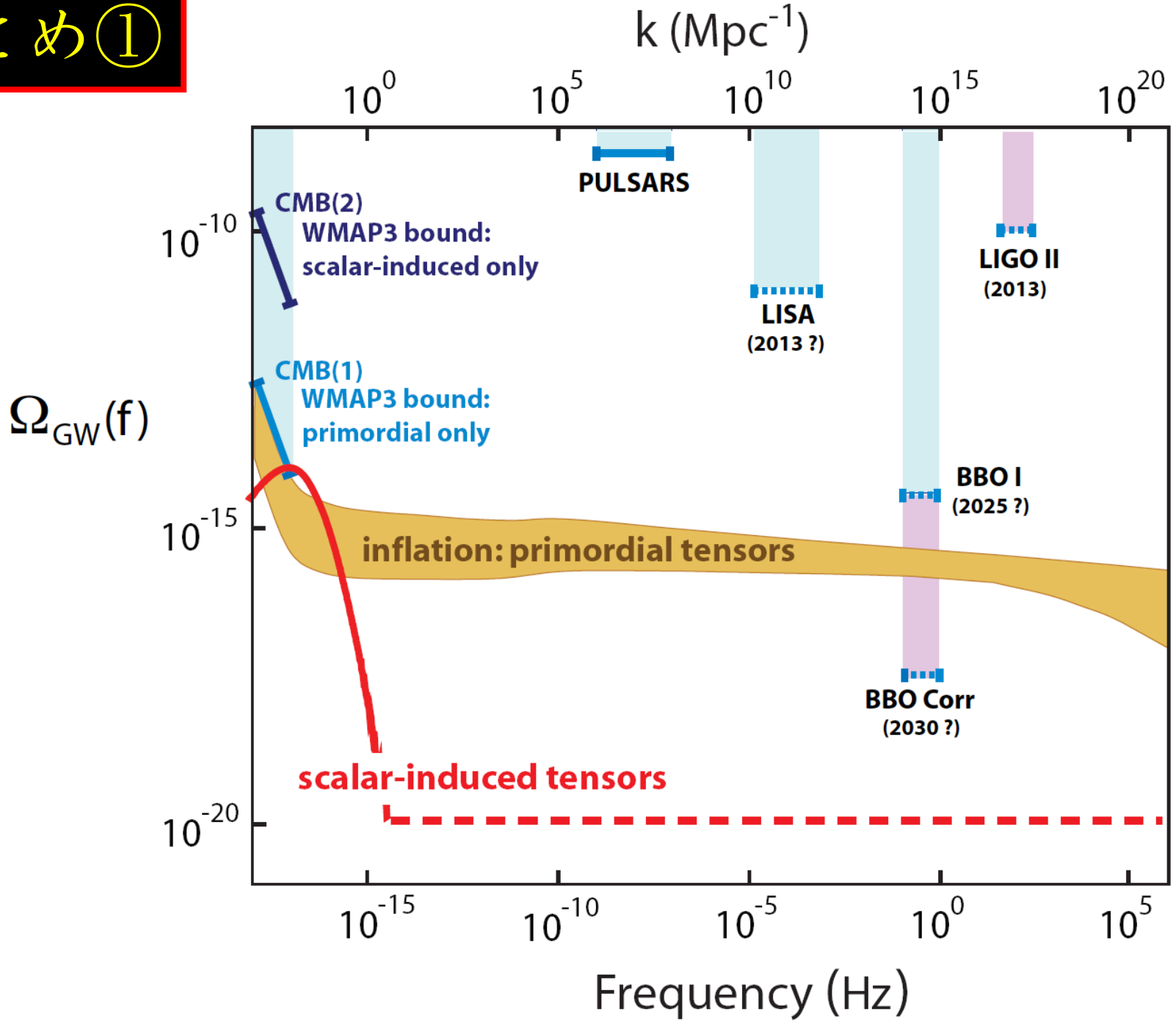
- バックグラウンドよりゆっくり減衰
- Ω は増加していく
- 先にhorizonに入ればその分 Ω は増加
- 大スケールほど Ω は小さい(blue spectrum)

数値計算によるスペクトル (再々)



再結合当時は
もっと Ω が小
さかったので
CMB の制限
にかからない

まとめ①



まとめ②

摂動の2次の効果による重力波の生成

- ・ 2次ではモード間の混合がある
 - 1次スカラーから古典的に生成
- ・ 1次スカラーはすでに観測されている
 - 2次重力波は必ず存在する
- ・ 1次スカラーの性質は大スケールで知っている
 - 大スケールの重力波スペクトルはかなり精密
- ・ 観測は非常に難しい
 - 小スケールで1次スカラーに大きなパワーがあれば可能性はある？

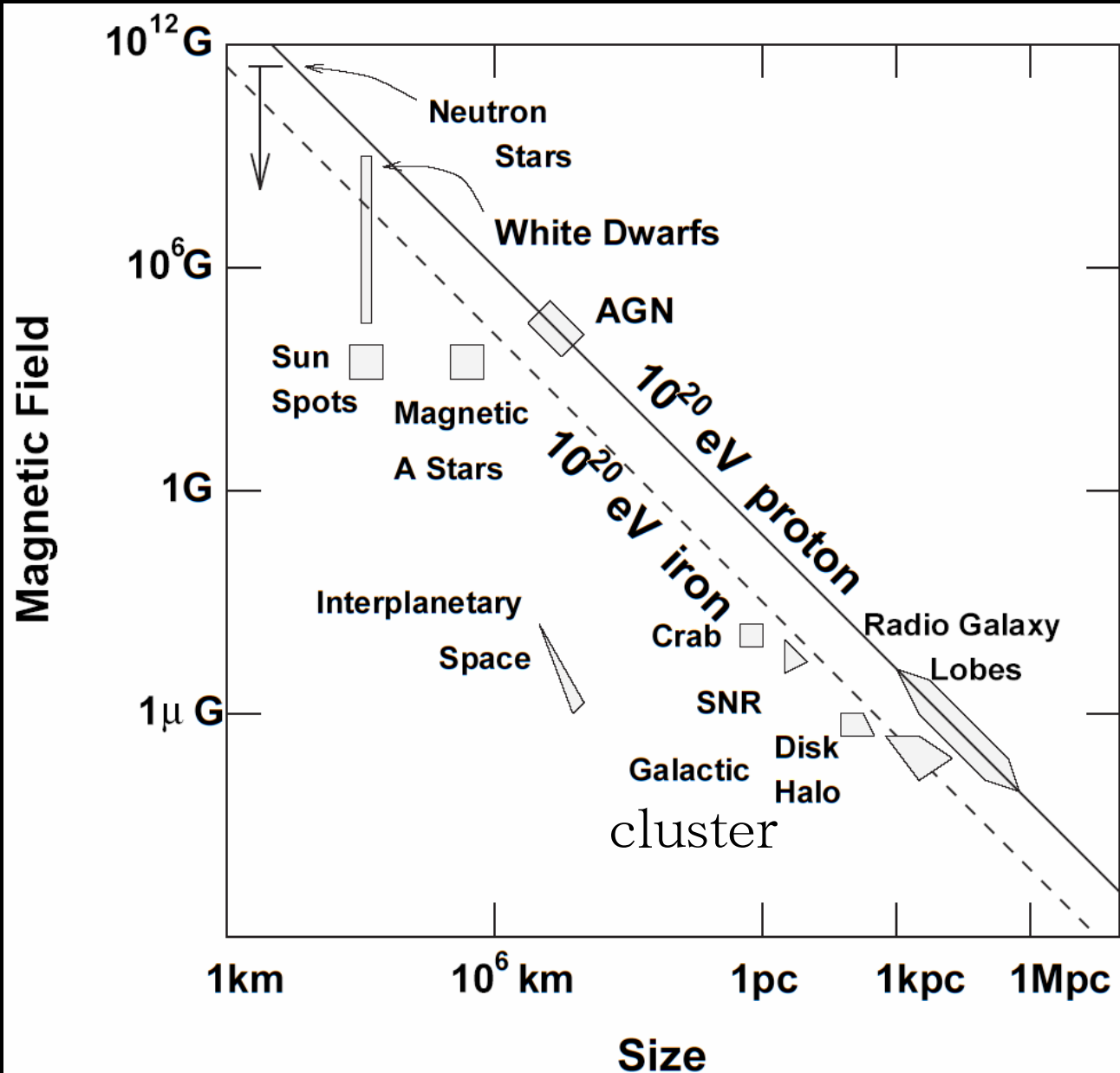
今後の課題

2次の非等方ストレスの効果は？

- ・ 1次の非等方ストレスは重力波を数十%減衰させる
- ・ 2次は重力波を増幅させるかも
- ・ 2次のボルツマン方程式を解かねば

3、宇宙磁場へのイントロ

ユビキタス磁場



磁場は至る所にある

地球

太陽

銀河

銀河団

・

・

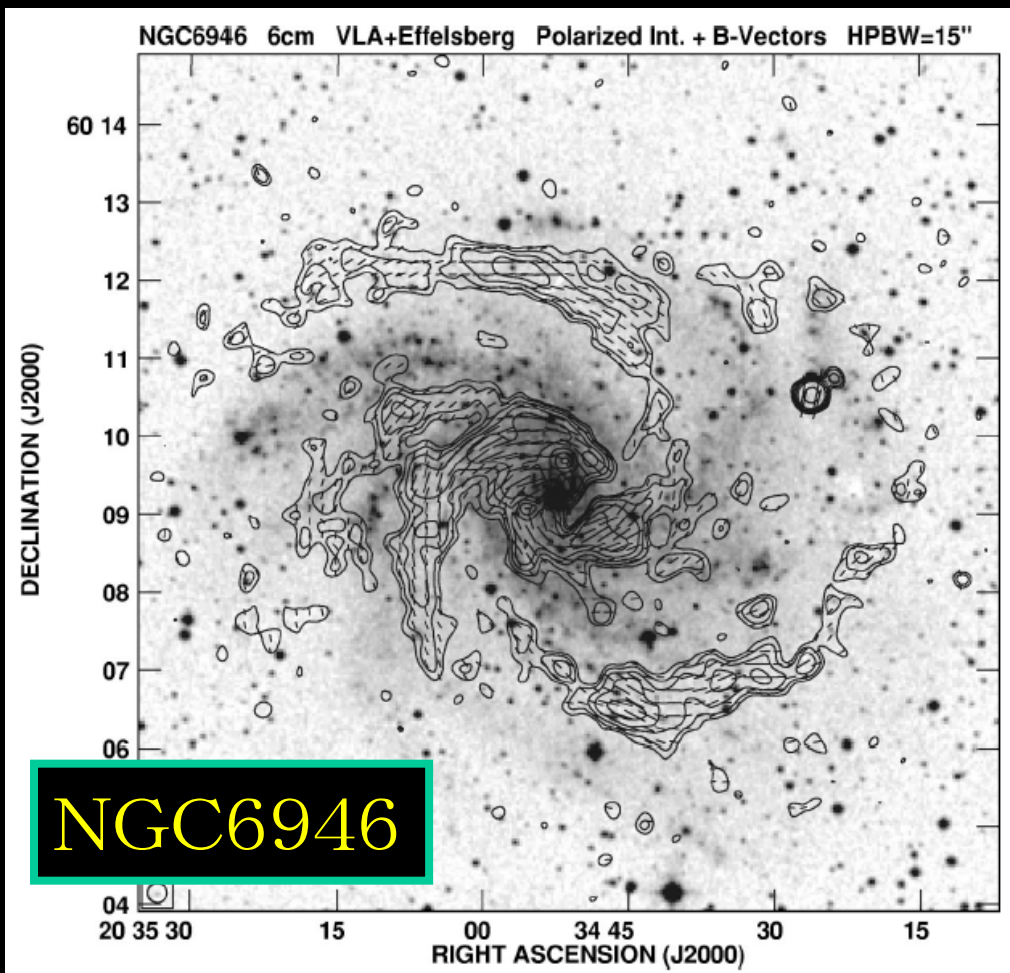
・

磁場の起源？

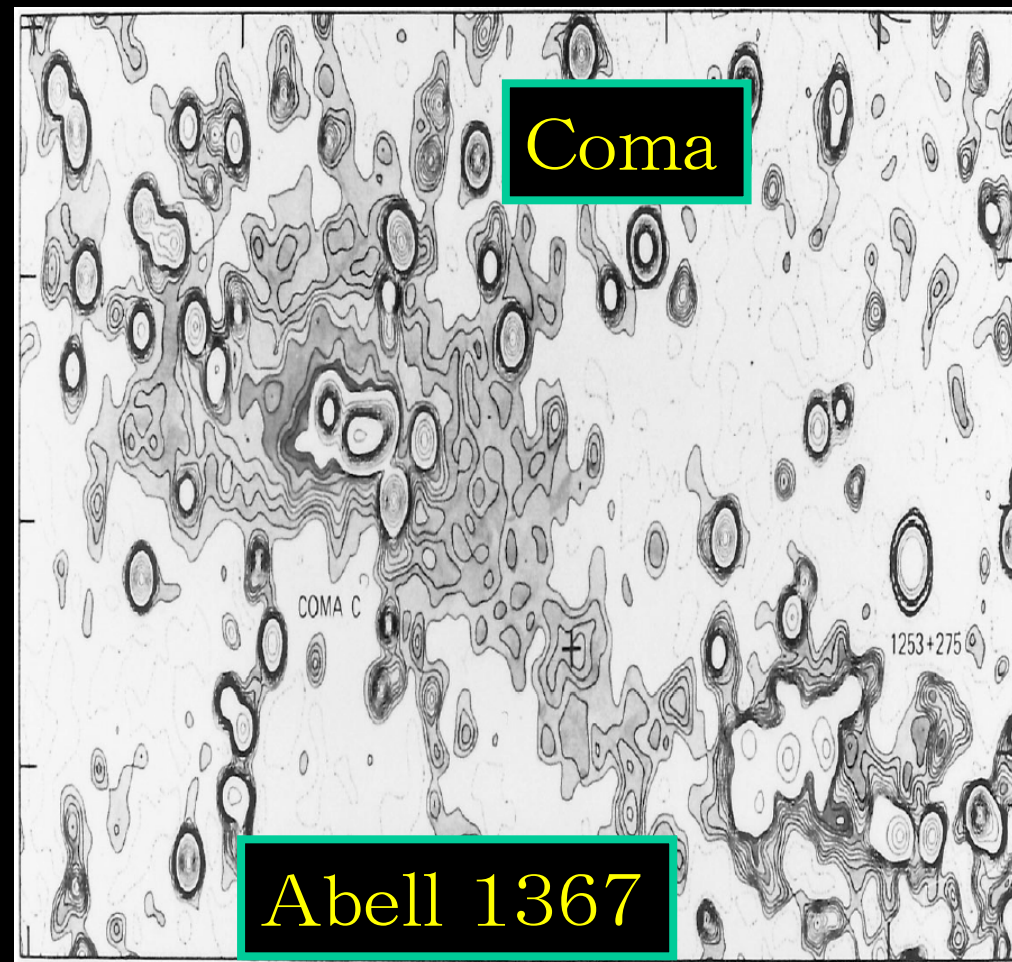
宇宙論的磁場？

宇宙進化への影響？

観測例



渦巻銀河 $\sim 10 \mu G$
Beck & Hoernes, 1996



銀河団 $\sim 1 \mu G$
Kim et al., 1989

宇宙論的磁場への制限

ビッグバン元素合成

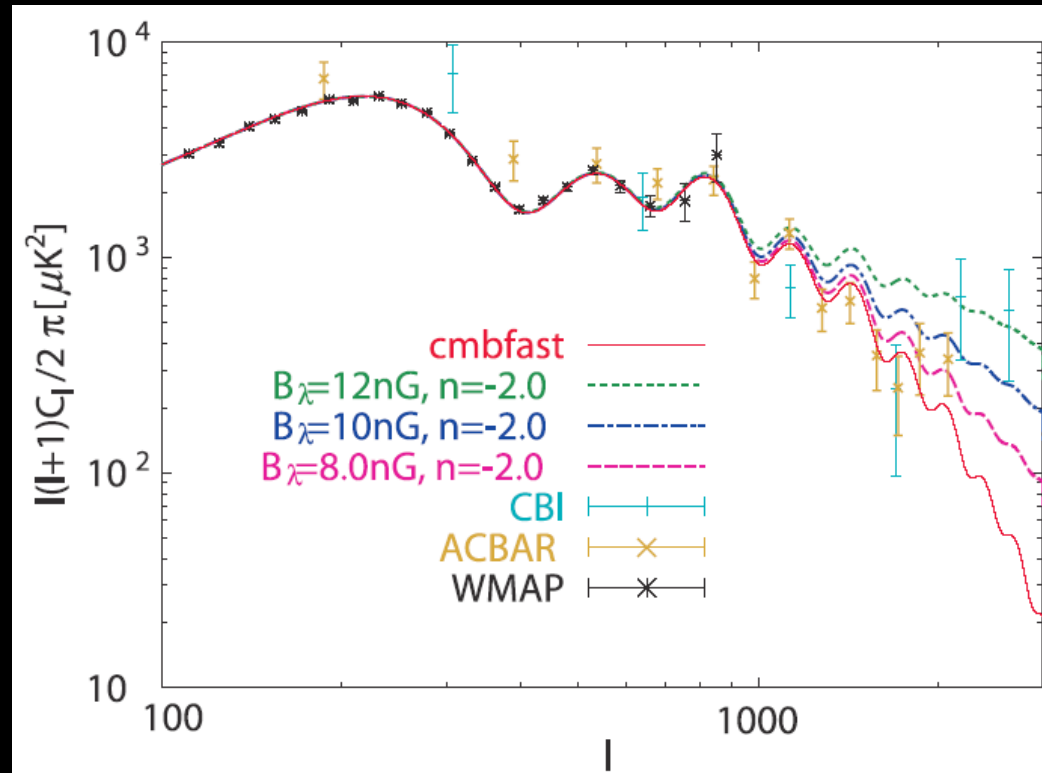
- ・宇宙膨張則
- ・弱い相互作用の反応率
- ・電子の相空間の構造

CMBゆらぎ

- ・小スケールの温度と偏光ゆらぎができる

$B < 20 \text{ nG} @ 1 \text{ Mpc}$
(Yamazaki et al., 2004)

$B < 10^9 \text{ G} @ T = 10 \text{ keV}$
 $B < 1 \mu \text{ G} @ \text{現在}$
(Cheng et al., 1996)



磁場観測の現状

	強さ	スケール	観測方法
銀河	$O(10) \mu G$	\sim 銀河	synchrotron
銀河団	$O(1) \mu G$	\sim 銀河	Faraday
遠方銀河	$O(1) \mu G$	$> 1kpc$	Faraday
宇宙論的	$< 0.01 \mu G$	$Mpc \sim$	BBN, CMB

銀河・銀河団磁場の起源は？
宇宙論的磁場は存在するか？

ダイナモ

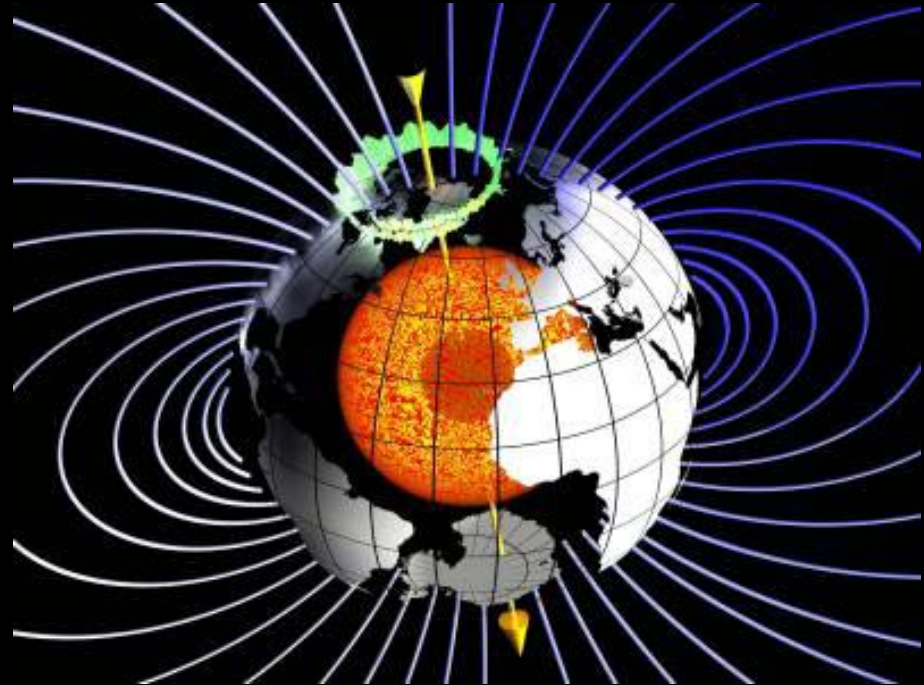
磁場の増幅・維持機構

- ・ 電磁流体力学的不安定性
- ・ 乱流

宇宙の様々な所で働いている

- ・ 地球：外核の運動
- ・ 太陽
- ・ 降着円盤：MRI
- ・ 銀河？銀河団？

$\alpha - \omega$ dynamo、 kinematic dynamo、 MRI . . .



ダイナモの特徴

1、種磁場が必要

→ ゼロから磁場を作ることはできない

2、種磁場を指数関数的に増幅

増幅時間 ~ 回転周期

3、磁場のback reactionが効き始めると終了

→ 磁場とガスでエネルギー等分配

必要な種磁場

どのくらいの強さの種磁場が必要か？

① 銀河形成以前に磁場が存在する

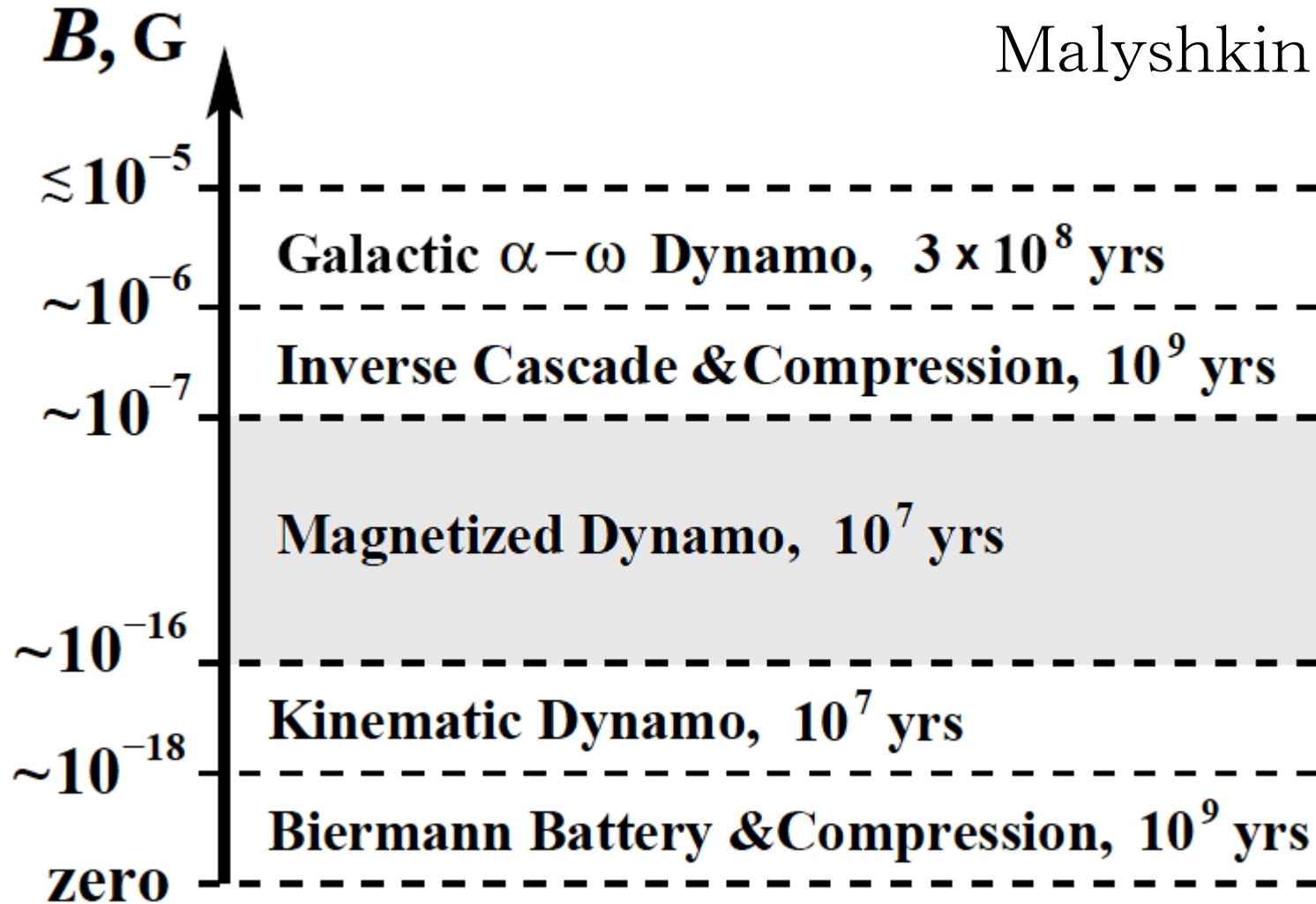
② 銀河形成のときガスが圧縮される
 $\delta \sim 10^6 \rightarrow$ 磁場は4桁増幅

③ その後ダイナモで増幅 ($z=10 \rightarrow 0.5$)
 $\log e^{\wedge}(80 \text{ 億年} / 2 \text{ 億年}) \sim 17$
 \rightarrow 宇宙年齢で17桁増幅される

銀河磁場が $10 \mu\text{G}$ だとすると必要な種磁場は
 $B_{\text{seed}} \sim 10^{-26} \text{ G} \rightarrow 10^{-29} \sim 10^{-23} \text{ G}$

磁場の増幅シナリオ

Malyshkin & Kulsrud, 02



Protogalaxy

ダイナモ増幅

種磁場生成

磁場の進化シナリオ

$z = 0$ 銀河 $O(10) \mu G$

銀河団 $O(1) \mu G$

$z \sim 1$ 遠方銀河にも磁場？

銀河ダイナモ (銀河団ダイナモ？)

$z = 5 \sim 10$ 種磁場生成(astrophysical)

first star、原始銀河、再イオン化

$z \sim 1000$ 種磁場生成(2nd order)

$z \gg 1000$ 種磁場生成(cosmological)

inflation、相転移

astrophysical origin

Biermann機構（非熱的過程での磁場生成）

第一世代星 (Hanayama et al. 2005)

原始銀河 (Davies & Widrow 2000)

AGN：中心部または星間ガスとの相互作用

再イオン化 (Gnedin et al., 2000)

Weibel不安定性 (Fujita et al., 2006)

物理はわかっている

しかし現象としてよくわかっていない

大スケールの磁場を作りにくい

cosmological origin

相転移 electroweak, QCD

本質的には Biermann 機構

first order?, second order?, Higgs?

bubble dynamics?

インフレーション

共形不変性を破る (Turner & Widrow, 1988)

$$RA_{\mu}A^{\mu}, R_{\mu\nu}A^{\mu}A^{\nu}, RF_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, e^{\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

→ モデルはいろいろ

物理がよくわかっていない
horizon scaleの磁場を作ることができる

2nd order

輻射優勢期 ～ 再結合時の宇宙論的摂動

first orderでは磁場は生まれない

second orderで生まれる？

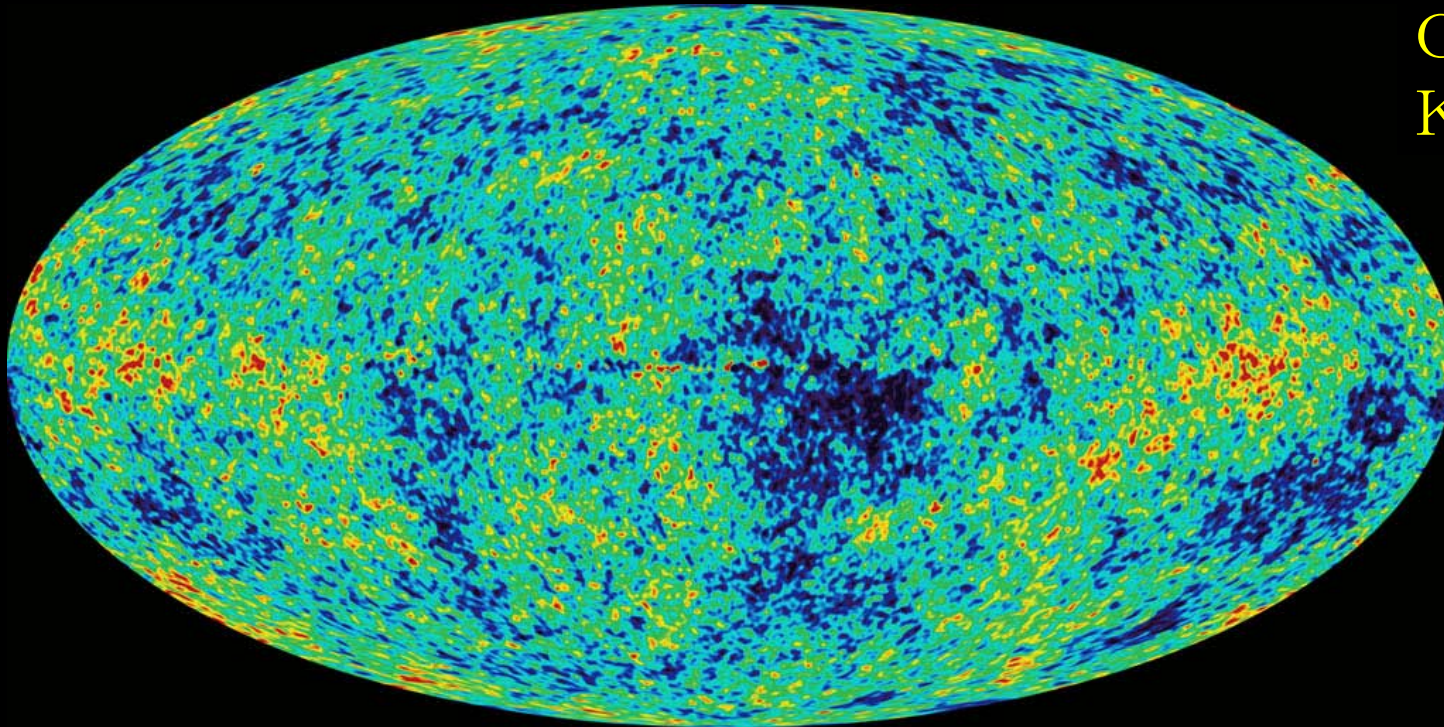
Hogan, 00

Berezhiani & Dolgov 04

Matarrese et al. 04

Gopal & Sethi, 04

KT et al. 05, 06, 07



物理はよく
わかっており、
観測的にもよく
理解されている

宇宙磁場のまとめ

宇宙における磁場

小～大、様々なスケールに存在
起源 (銀河)

ダイナモで増幅

種磁場必要 ($10^{-29} \sim 10^{-23} \text{G}$)

磁場生成

cosmological

astrophysical

2nd order → 曖昧さほとんどなし

4、磁場の生成

モチベーション

- 1、宇宙初期に磁場はどのくらいできるか
- 2、磁場も含め、電場・電流・電荷密度など初期宇宙の電磁氣的性質を調べる
- 3、ベクトル型摂動の振る舞いを調べる
- 4、磁場が観測可能ならうれしい
- 5、銀河・銀河団磁場などの種磁場になればうれしい

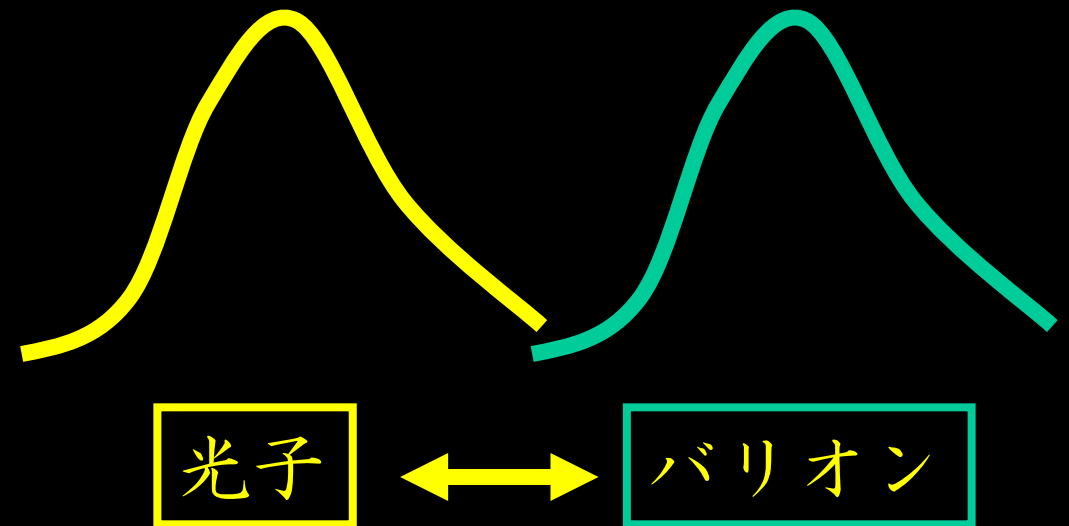
まだ研究は完結していない・・・

初期宇宙の様子

登場人物

- ・光子
- ・バリオン (陽子+電子)
- ・ダークマター
- ・ニュートリノ

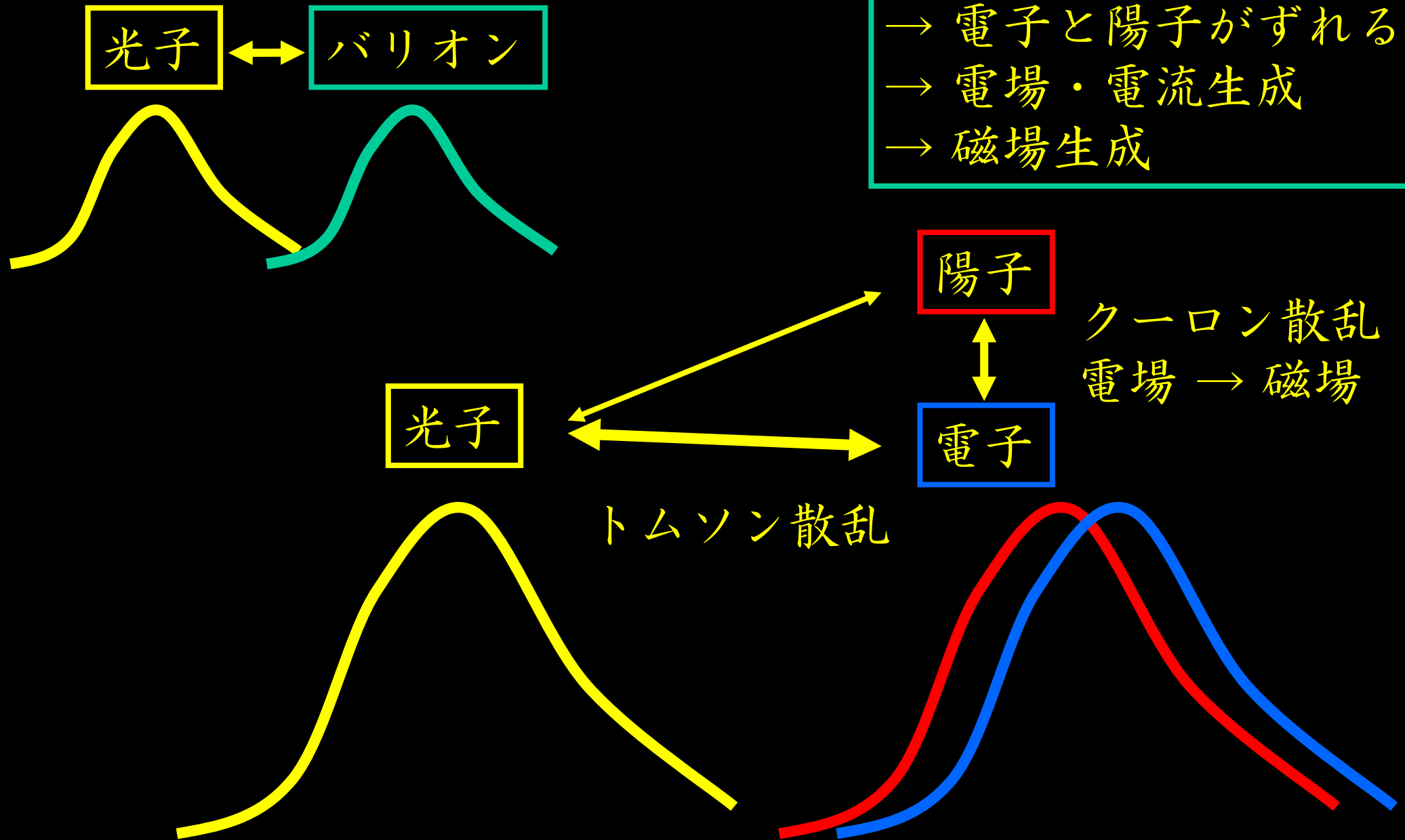
光子とバリオンは
トムソン散乱で
相互作用しながら
発展していく



トムソン散乱

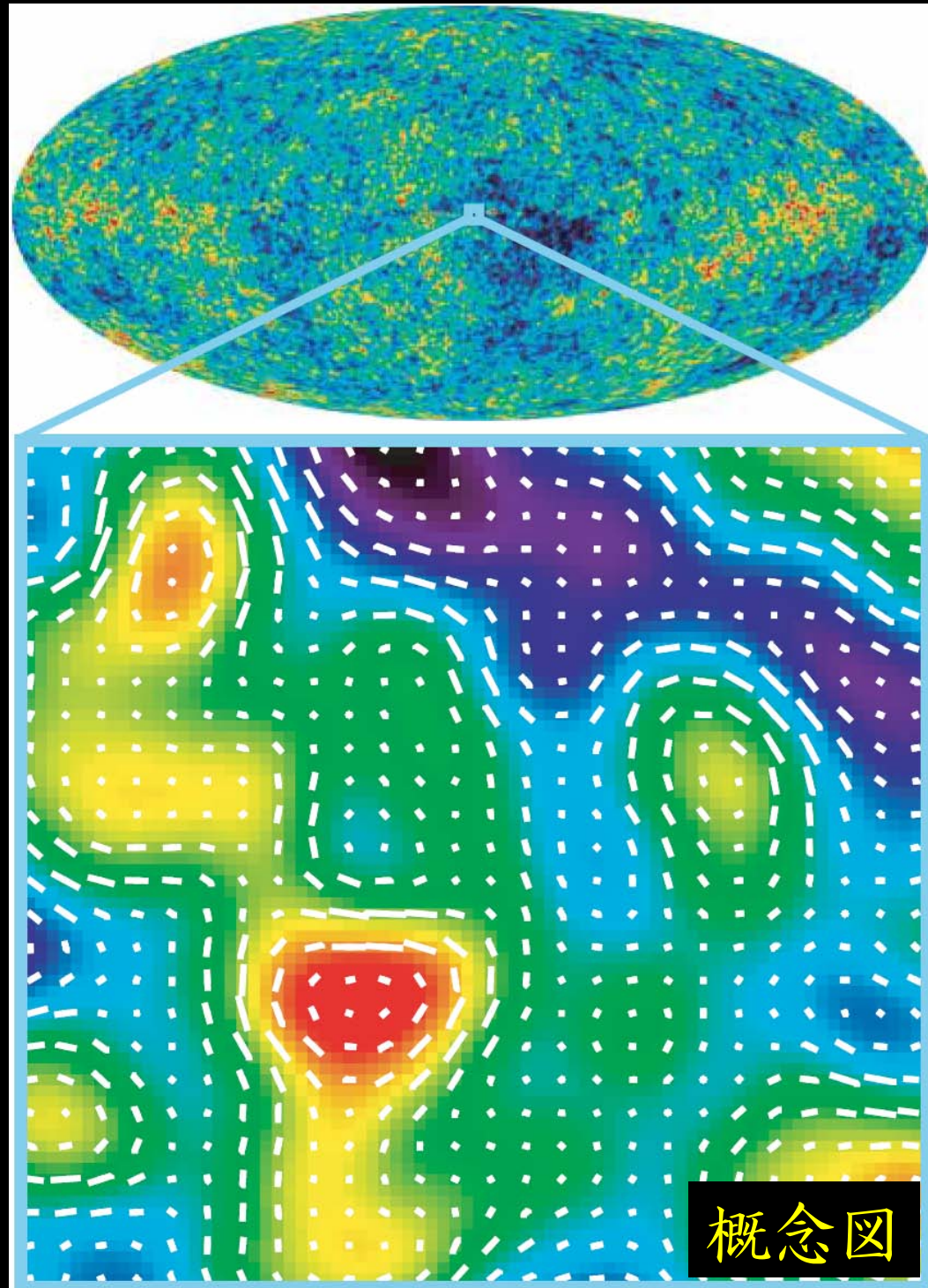
詳細に見てみると・・・

トムソン散乱は主に
電子を押す
→ 電子と陽子がずれる
→ 電場・電流生成
→ 磁場生成



CMBと磁場の相関

ゆらぎから
磁場が生成
↓
CMBゆらぎと
磁場は相関



2次摂動による磁場生成

どうしたら磁場はできるか？

①電流や電場が必要

陽子と電子を別々に考える

→ 光子・陽子・電子が結合した3流体

→ これまでほとんどやられることが
なかった

②ベクトル型摂動

インフレーションでは生まれない

→ 2次でスカラーやテンソルから作る

→ 本質的に重力波生成と同じ

3 流体運動方程式

陽子流体・電子流体の運動方程式

流体の加速度

電子・陽子の
クーロン散乱

$$\begin{aligned} m_p n u_p^\mu u_{p;\mu}^i - e n u_p^\mu F_{\mu}{}^i &= C_{pe}^{(C)i} + C_{p\gamma}^{(T)i} \\ m_e n u_e^\mu u_{e;\mu}^i + e n u_e^\mu F_{\mu}{}^i &= C_{ep}^{(C)i} + C_{e\gamma}^{(T)i} \end{aligned}$$

ローレンツカ

光子との
トムソン散乱

クーロン散乱

Ohm + Maxwell方程式 \rightarrow 磁場の拡散方程式

$$\vec{E} = \eta \vec{j} + \vec{C}$$

$$\partial_t \vec{B} = -\nabla \times \vec{E}$$

$$\partial_t \vec{B} = \eta \nabla^2 \vec{B}$$

$$\nabla \times \vec{B} - \vec{j} = 0$$

拡散長

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\eta}{\lambda_{\text{diff}}^2}$$

$$\lambda_{\text{diff}} \equiv \sqrt{\eta \tau} \sim 100 \left(\frac{\tau}{H_0^{-1}} \right)^{1/2} \text{ AU}$$

$$\eta = \frac{\pi e^2 m_e^{1/2}}{(k_B T_e)^{3/2}} \ln \Lambda \sim 9.4 \times 10^{-16} \text{ sec} \left(\frac{1+z}{10^5} \right)^{-3/2} \left(\frac{\ln \Lambda}{10} \right)$$

大スケールでは拡散は無視できる

トムソン散乱

$$\begin{aligned}
 C_{\gamma e}^{(T)}[f(p_i)] &= \frac{2\pi^4}{p} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E_\gamma(p')} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E_e(q)} \int \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3 2E_\gamma(q')} \\
 &\times |M|^2 \delta[E_\gamma(p) + E_e(q) - E_\gamma(p') - E_e(q')] \delta^{(3)}[p_i + q_i - p'_i - q'_i] \\
 &\{f_\gamma(p'_i) f_e(q'_i) - f_\gamma(p_i) f_e(q_i)\} \\
 &\sim \frac{\pi n_e |M|^2}{4m_e^2 p} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 p'} \{f_\gamma(p'_i) - f_\gamma(p_i)\} \left\{ \delta(p - p') + (p_i - p'_i) u_e^i \frac{\partial \delta(p - p')}{\partial p'} \right\}
 \end{aligned}$$

$$T/m_e \ll 1$$

$$C_{\gamma e}^{(T)i}[f(p_i)] = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} p^i C_{\gamma e}^{(T)}[f(p_i)]$$

$$= \frac{4\sigma_T \rho_\gamma n_e}{3} \left[(u_e^i - u_\gamma^i) + \frac{1}{8} u_{ej} \Pi_\gamma^{ij} \right]$$

光子の非等方
ストレス



一般化されたオームの法則

Euler equations

$$m_p n u_p^\mu u_{p;\mu}^i - e n u_p^\mu F_\mu^i = 0,$$

$$m_e n u_e^\mu u_{e;\mu}^i + e n u_e^\mu F_\mu^i$$

ローレンツカ

$$= -\frac{4\sigma_T \rho_\gamma n_e}{3} \left[(u_e^i - u_\gamma^i) + \frac{1}{8} u_{ej} \Pi_\gamma^{ij} \right]$$

光子とのトムソン散乱

一般化されたオームの法則

$$u^\mu F_\mu^i = -\frac{4\sigma_T \rho_\gamma}{3e} \left[(u_e^i - u_\gamma^i) + \frac{1}{8} u_{ej} \Pi_\gamma^{ij} \right] \equiv C^i$$

電子が光子に押されて陽子からずれる

→ 光子からの圧力とつりあうだけの電場ができる

磁場の発展方程式①

ファラデーの法則

$$\begin{aligned} 0 &= \epsilon^{ijk} u^\mu F_{[jk,\mu]} \\ &= u^\mu B^i{}_\mu - \frac{2}{u^0} \epsilon^{ijk} C_j u^0{}_{,k} + 2\epsilon^{ijk} C_{j,k} \\ &\quad - (u^i{}_{,j} B^j - u^j{}_{,j} B^i) + \frac{u^0{}_{,j}}{u^0} (B^j u^i - B^i u^j) \end{aligned}$$

ここまでは非摂動的

摂動展開

$$\begin{aligned} \rho_\gamma &= \rho_\gamma^{(0)} + \rho_\gamma^{(1)} + \cdots, & u_0 &= 1 + u_0^{(2)} + \cdots \\ u_i &= u_i^{(1)} + u_i^{(2)} + \cdots, & \Pi_\gamma^{ij} &= \Pi_\gamma^{(1)ij} + \cdots, \end{aligned}$$

磁場の発展方程式②

摂動2次までの磁場の発展方程式

$$\begin{aligned} \dot{B}^i &\sim -2\epsilon^{ijk} C_{j,k} && \text{スリップ項} && \text{vorticityの差} \\ &\sim \frac{8\sigma_T}{3e} \rho_\gamma^{(0)} \epsilon^{ijk} \left[\frac{\rho_{\gamma,k}^{(1)}}{\rho_\gamma^{(0)}} \left(u_{ej}^{(1)} - u_{\gamma j}^{(1)} \right) + \left(u_{ej,k}^{(2)} - u_{\gamma j,k}^{(2)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} \left(u_{el,k}^{(1)} \Pi_{\gamma j}^{(1)l} + u_{el}^{(1)} \Pi_{\gamma j,k}^{(1)l} \right) \right] \end{aligned}$$

光子の非等方ストレス

磁場は3つのsource termの時間積分
どれもfirst orderでは出てこない

磁場の発展方程式③

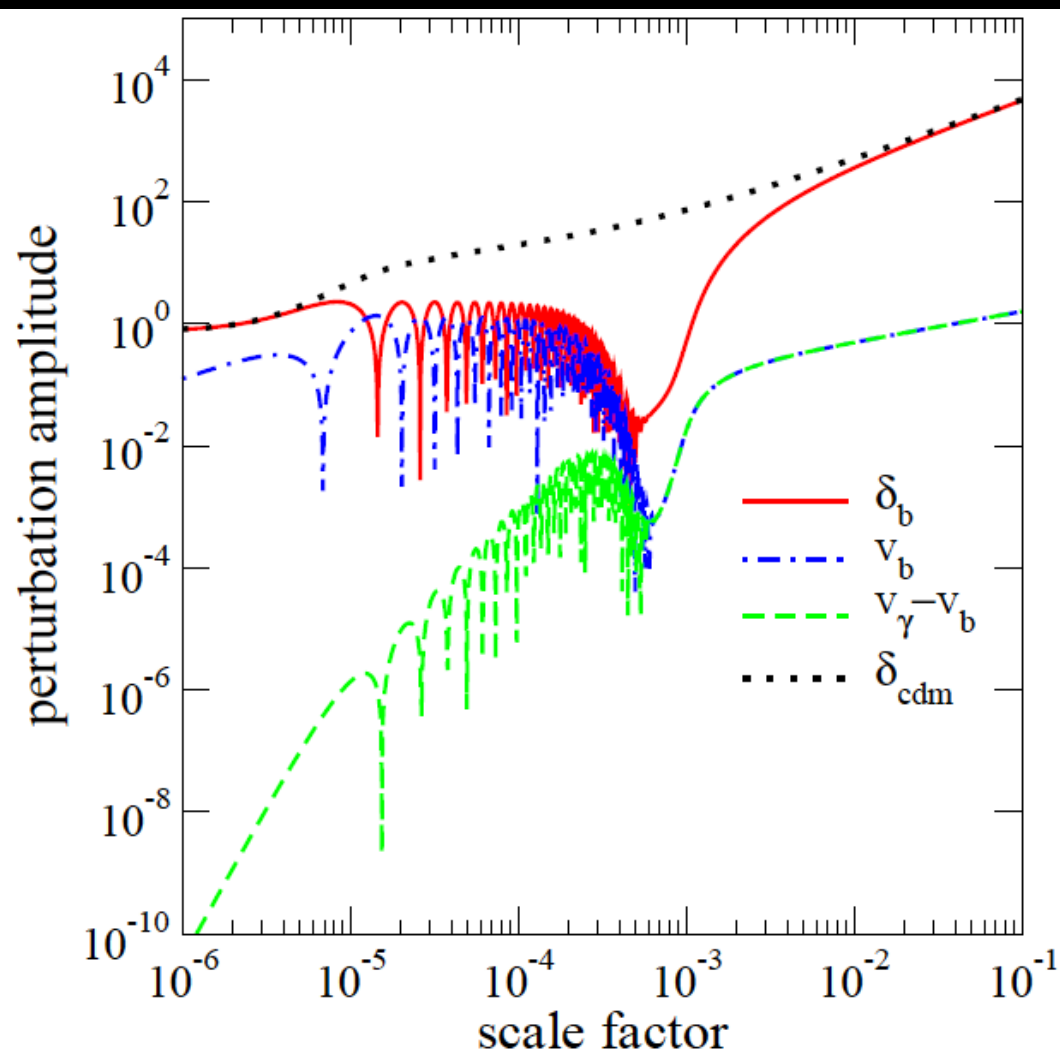
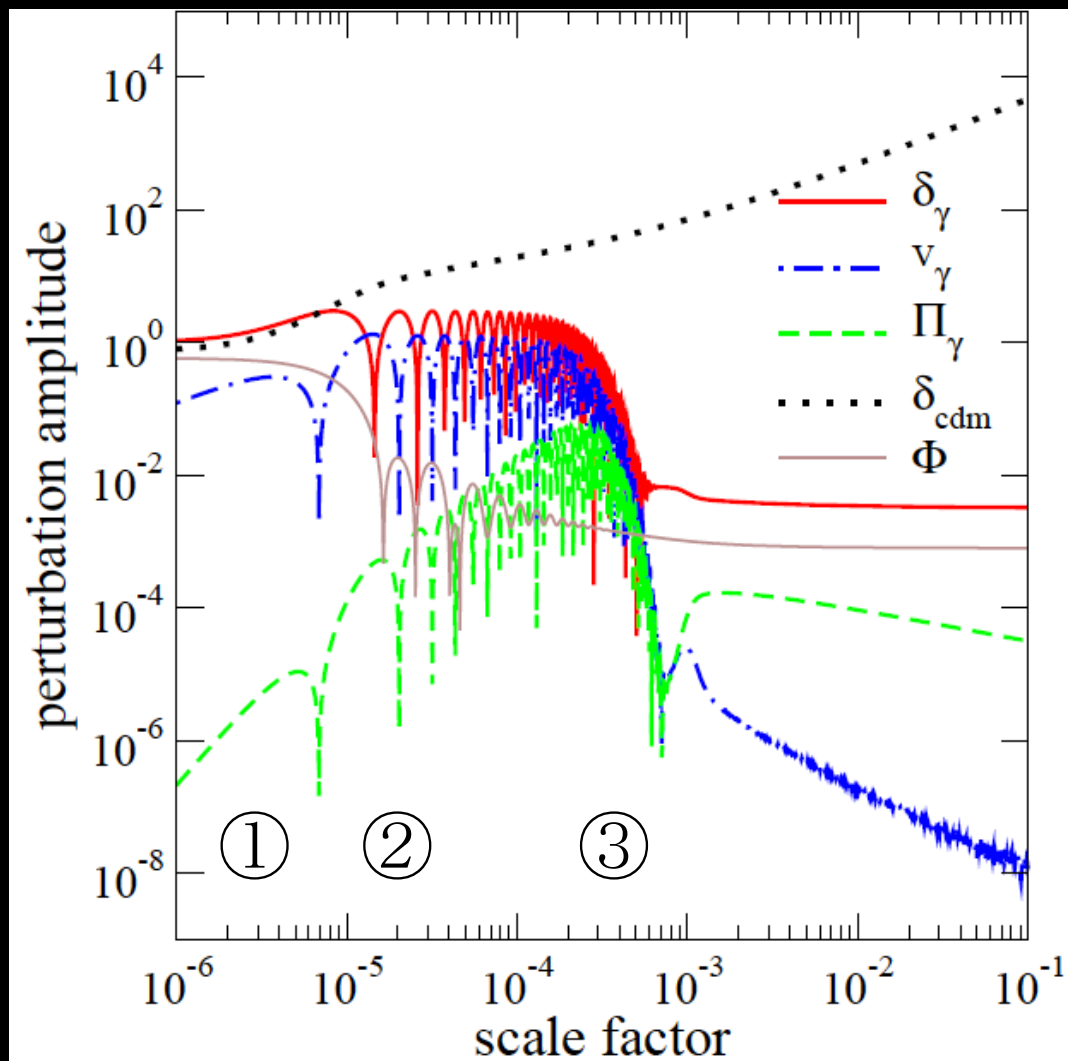
摂動2次までの磁場の発展方程式

$$\begin{aligned} \dot{B}^i &\sim -2\epsilon^{ijk} C_{j,k} && \text{1次} \times \text{1次} && \text{純2次} \\ &\sim \frac{8\sigma_T \rho_\gamma^{(0)}}{3e} \epsilon^{ijk} \left[\frac{\rho_{\gamma,k}^{(1)}}{\rho_\gamma^{(0)}} \left(u_{ej}^{(1)} - u_{\gamma j}^{(1)} \right) + \left(u_{ej,k}^{(2)} - u_{\gamma j,k}^{(2)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} \left(u_{el,k}^{(1)} \Pi_{\gamma j}^{(1)l} + u_{el}^{(1)} \Pi_{\gamma j,k}^{(1)l} \right) \right] && \text{1次} \times \text{1次} \end{aligned}$$

- 1、1次の積は簡単に評価できる
- 2、すごいcancellationがなければ下限を与える
- 3、純2次が卓越しなければかなり正確な値

いろいろなゆらぎの振る舞い

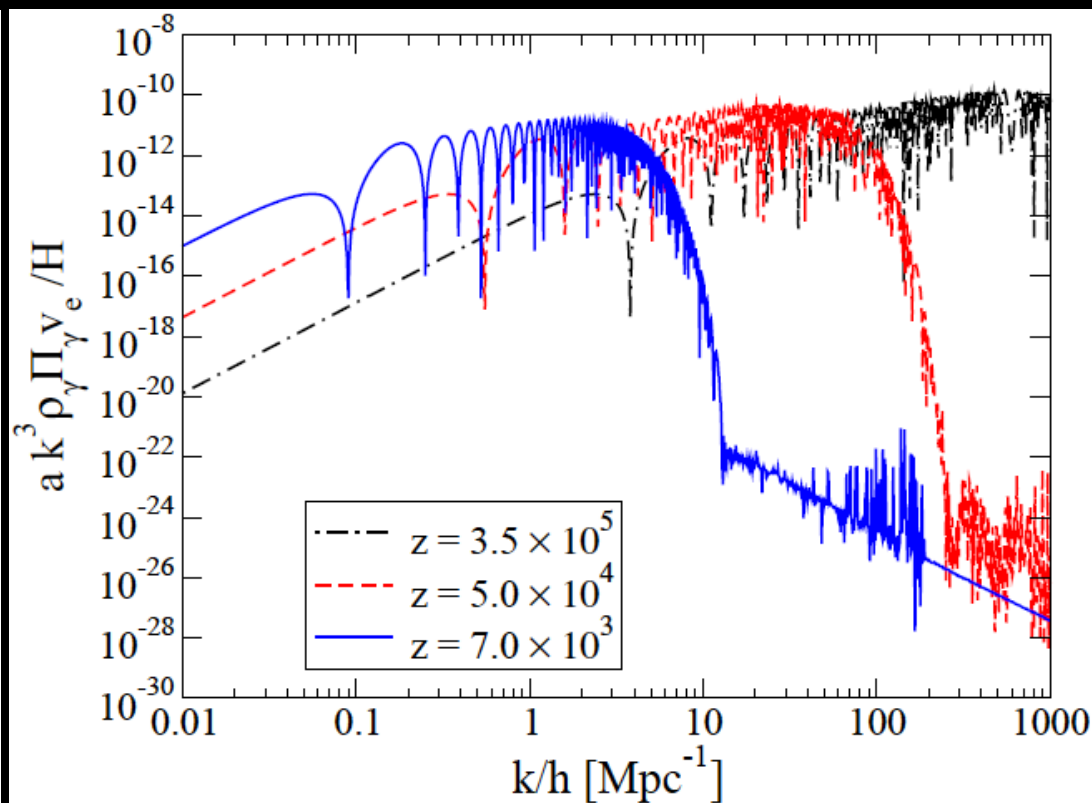
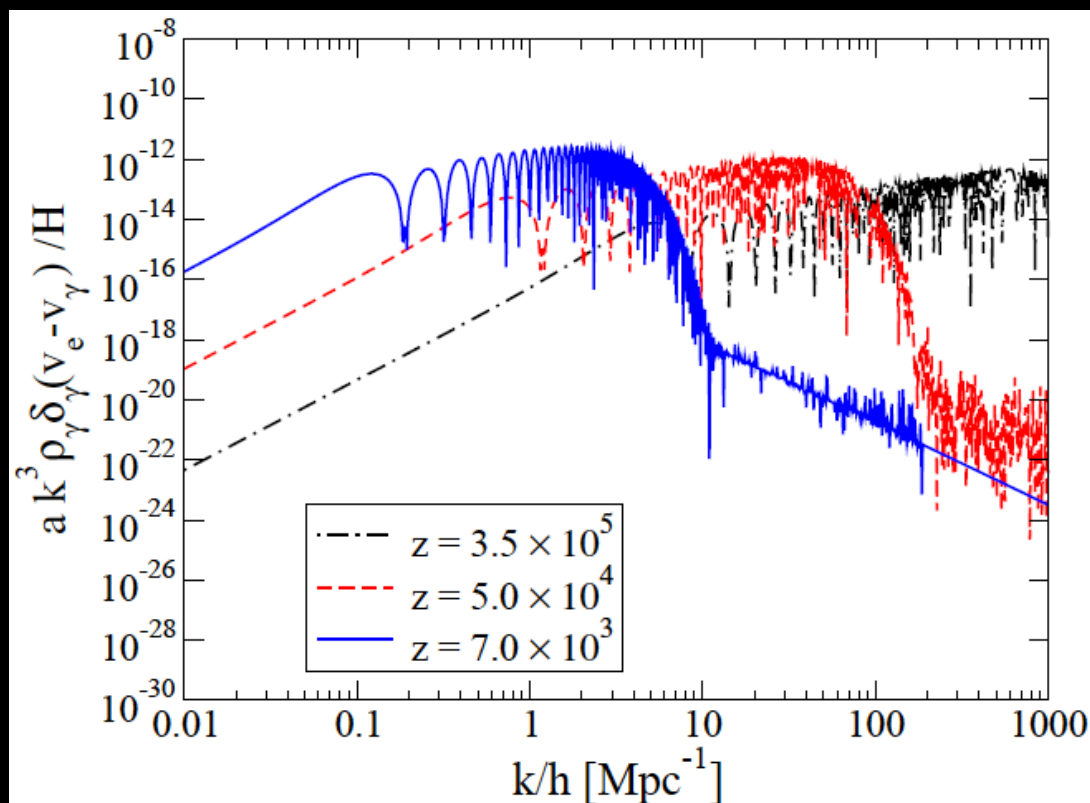
①superhorizon ②音波振動 ③シルク減衰



ソース項の振る舞い

スリップ項、非等方ストレス項の
スペクトルの時間発展

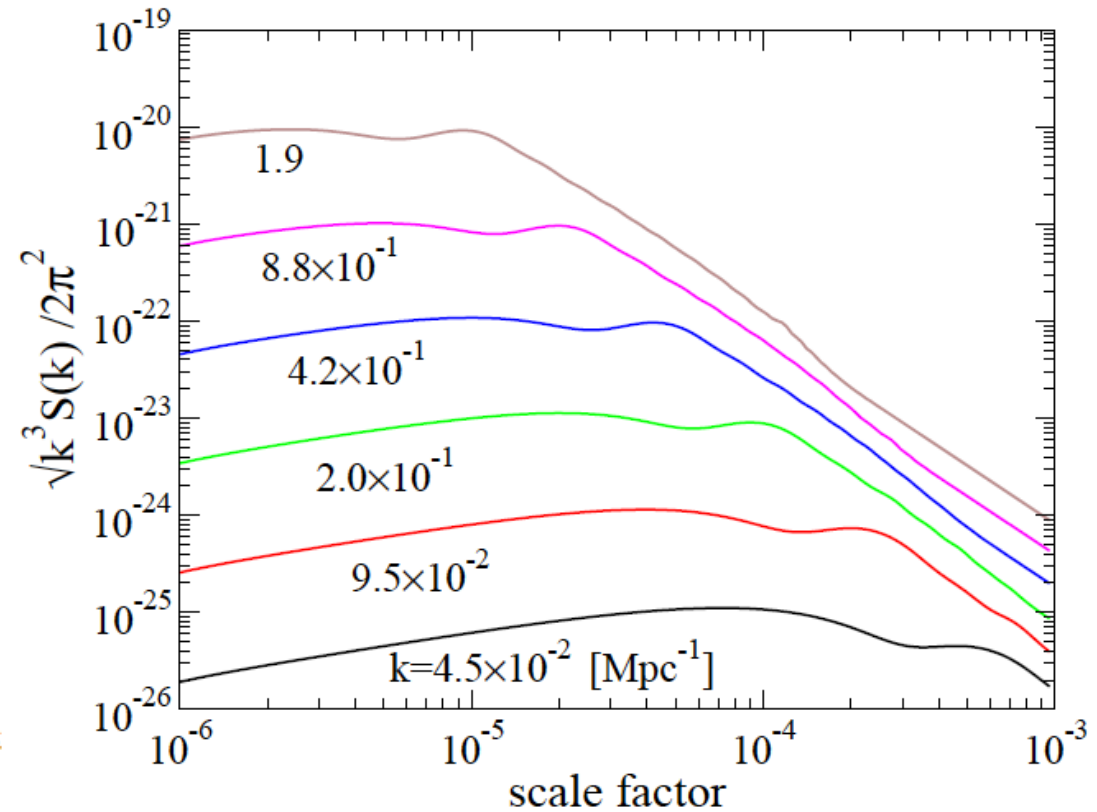
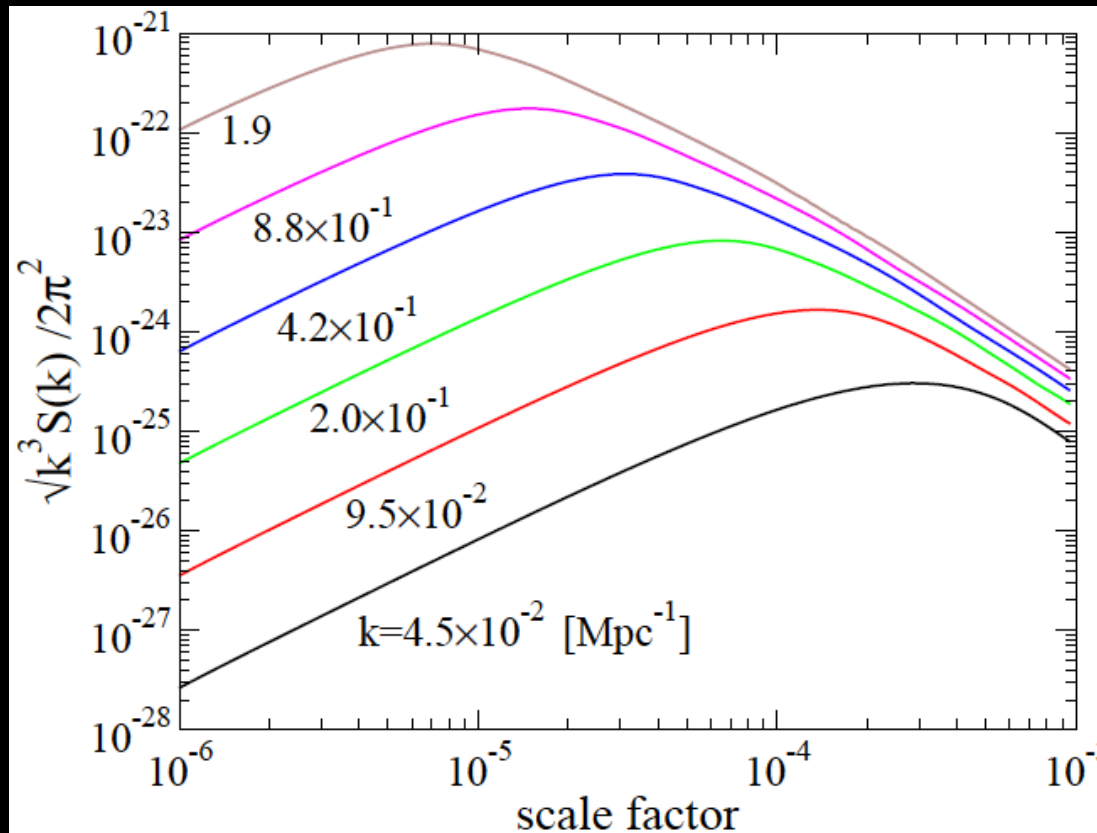
→ horizonに入ってからシルク減衰するまで生成



磁場の時間発展

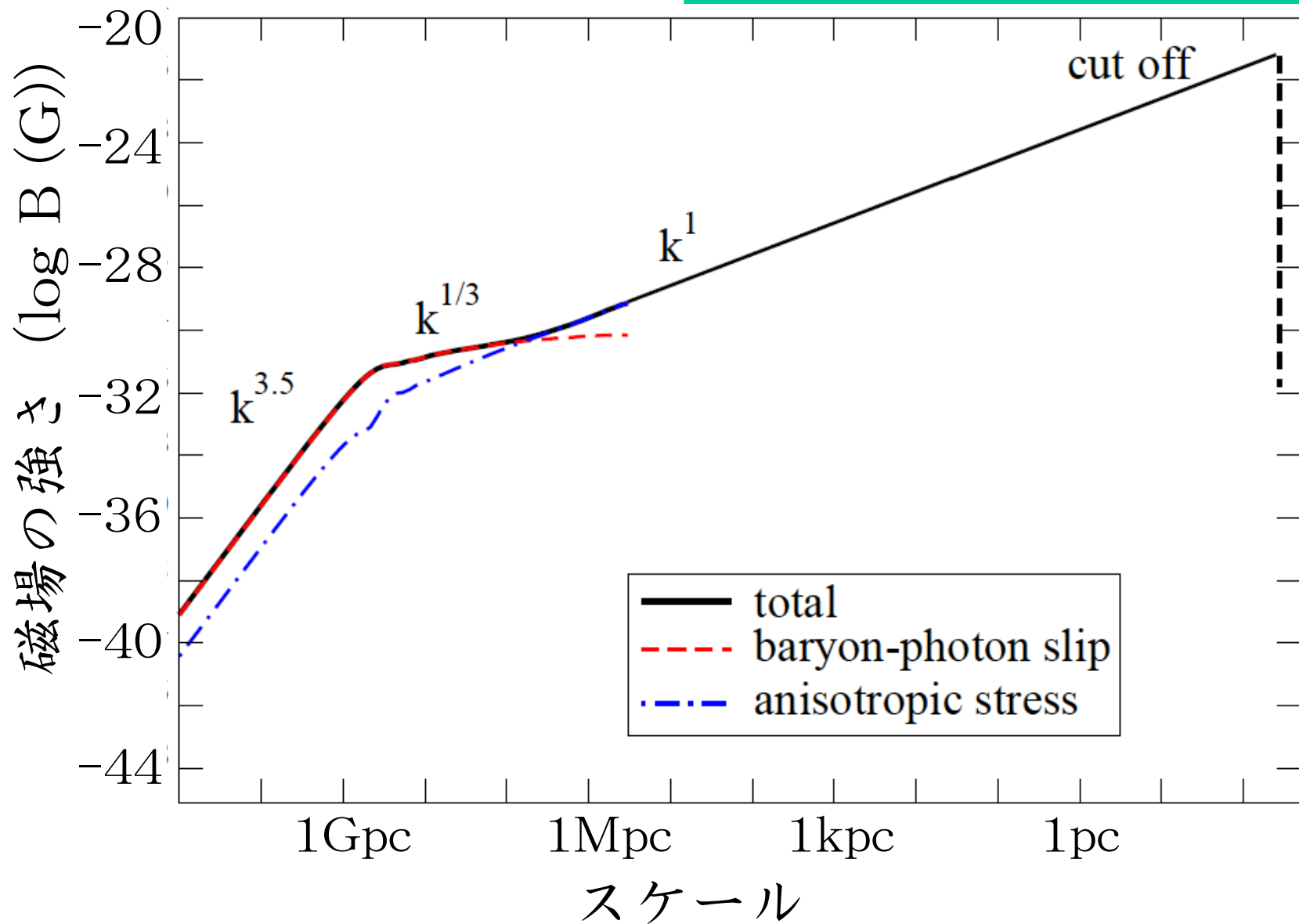
各スケールでの磁場の時間発展

- ・ horizonに入っしばらくすると最大
- ・ その後 $1/a^2$ で落ちる

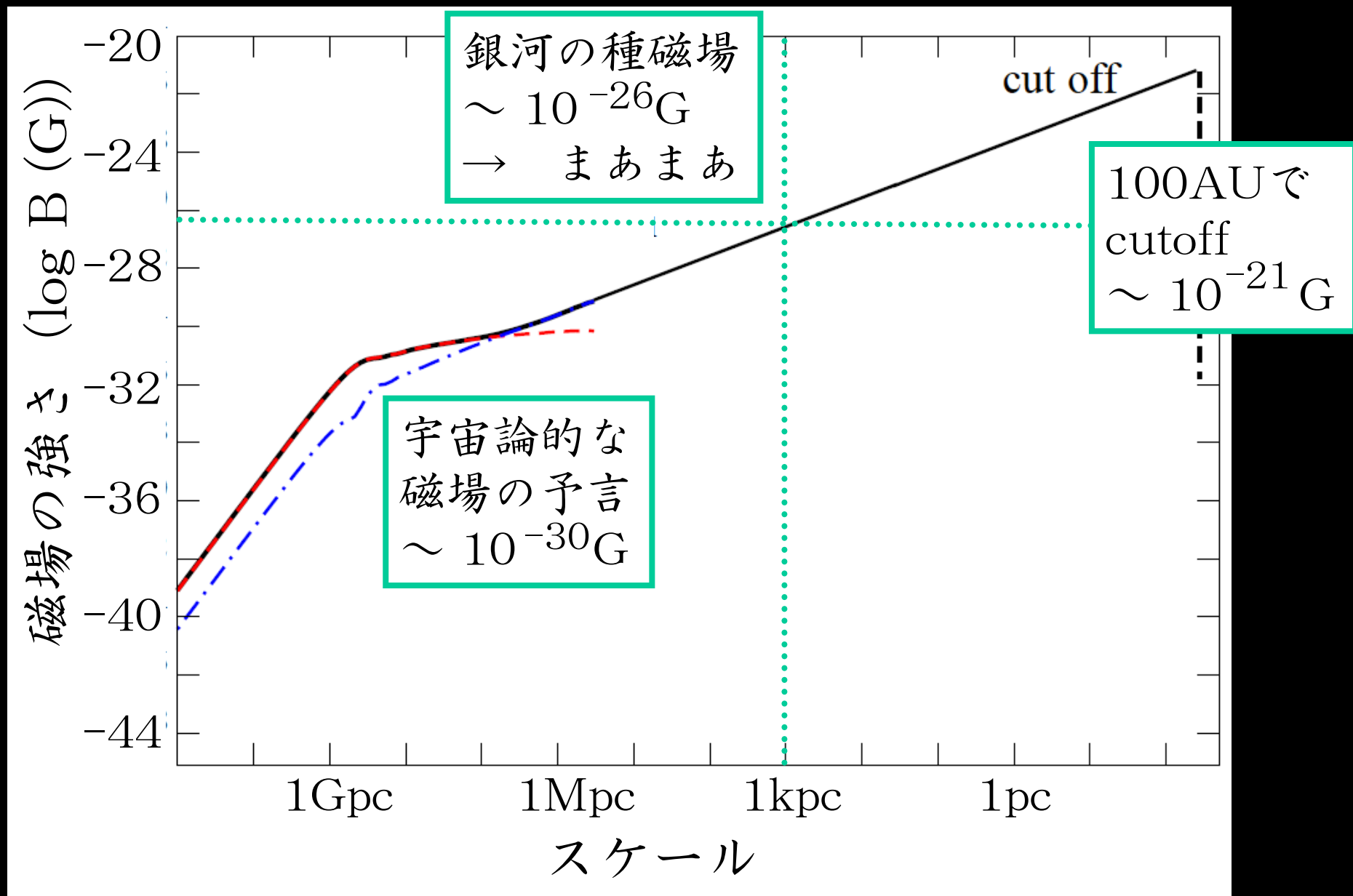


磁場のスペクトル

解析的にベキを出すことができるが今日は割愛。



磁場スペクトルの特徴



コメント

1、magnetic helicity

摂動2次まででexactにゼロ (Ichiki, KT et al., 2007)

2、クーロン散乱はeffective?

普通はクーロン散乱は十分起こっているとして
(陽子+電子)、光子の2流体で考える。

$$\eta \propto \nu_{\text{Coulomb}}$$

ν : 衝突周波数

$$\vec{E} = \eta \vec{j} + \vec{C}$$

η は大きいのに重要でない?

→ 電流は予想以上にsuppressされていて
オームの法則では $E \sim C$ となっている
(KT, Ichiki & Sugiyama, in progress)

磁場生成まとめ

formalism

- ・ 2次摂動論
- ・ 電子と陽子を別々に取り扱う

メカニズム

- ・ 1次スカラー \rightarrow 2次ベクトル
- ・ 光子が電子を選択的に押す

計算結果

- ・ 宇宙論的な磁場の存在を予言
- ・ 銀河の種磁場になるかも

課題

- ・ 純2次のvorticityの計算
- ・ 初期宇宙の電磁氣的性質

5、磁場の観測

磁場の観測

初期宇宙で生成された磁場を観測したい

- ・理論の検証
- ・磁場で初期宇宙を探る？

問題

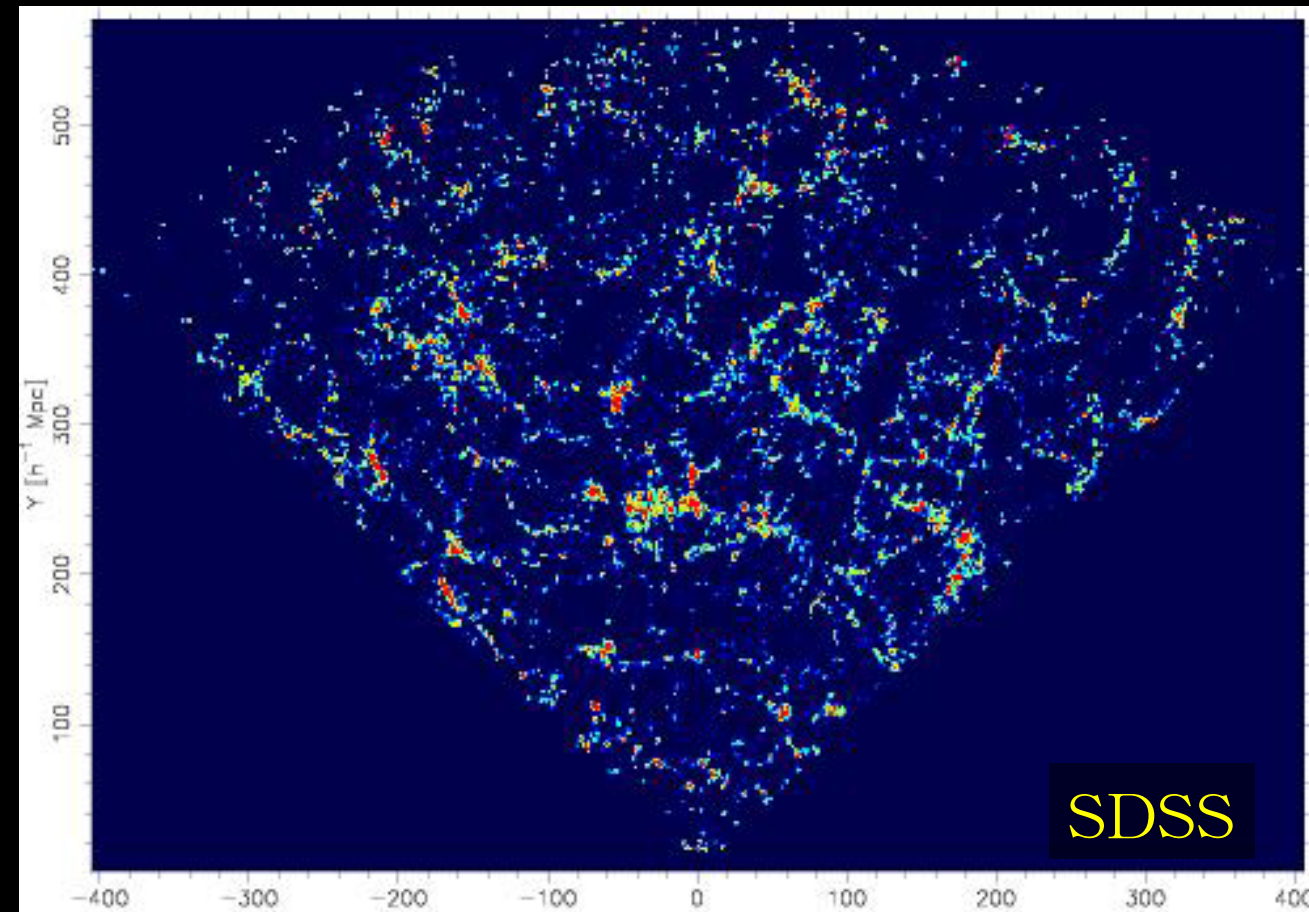
- ・生成されたときの情報は残っているか？
- ・そんな弱い磁場を観測できるか？

問題1：情報は残っているか？

収縮・乱流に巻き込まれるとスペクトルは変化する

濃い領域（銀河・銀河団）→ ダメ

薄い領域（void）→ OK？



- 宇宙の大部分を占める銀河密度10%以下
→ 空間の40%
- 典型的には10Mpc
- 密度が平均より小さいのでeffectiveに反重力
→ ゆらぎは線形のまま
- 紫外線に満ちている
→ ガスはなかなかcollapseできない

問題2：弱い磁場を観測できるか？

CMB・Faraday rotation

→ 現在の制限： $B < 1\text{nG}$

→ 望み薄

Plagaの方法 (Plaga, 1994)

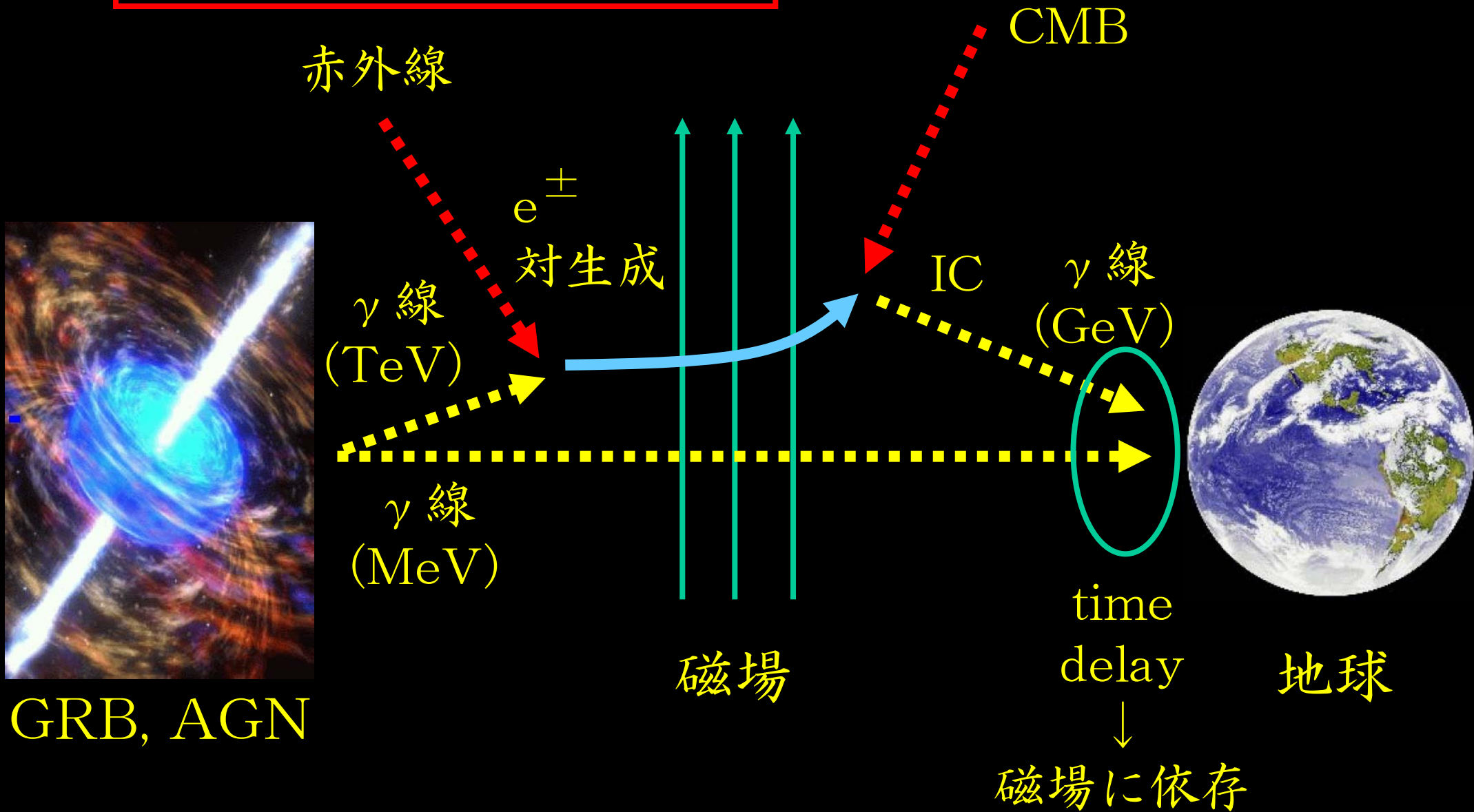
GRB、blazarなど高エネルギーバースト
天体からのdelayed photonを使って
非常に弱い磁場を測る

→ $B = 10^{-15} \sim 10^{-20}\text{G}$

→ 現在のところ最も強力な方法

(Ichiki, Inoue & KT, in progress)

Plagaの方法概念図 1



ターゲット

GRB・AGN

~ 50Mpc

地球



AGNの方が
やりやすい?

概念図 2

赤外線

$$E_{\text{IR}} = 0.1\text{eV} \left(\frac{E_\gamma}{1\text{TeV}} \right)^{-1}$$

CMB

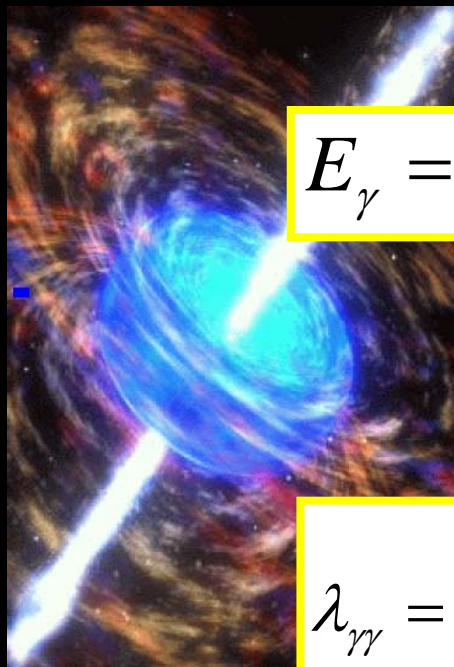
$$E_{\text{delay}} = 1\text{GeV} \left(\frac{E_\gamma}{1\text{TeV}} \right)^2$$

$$E_\gamma = 1\text{TeV}$$

$$\lambda_{\gamma\gamma} = 6\text{Mpc} \left(\frac{n_{\text{IR}}}{1\text{cm}^{-3}} \right)^{-1}$$

$$\lambda_{\text{IC}} = 1\text{Mpc} \left(\frac{E_\gamma}{1\text{TeV}} \right)^{-1}$$

$$\Delta t_B = 10^3 \text{sec} \left(\frac{E_{\text{delay}}}{1\text{GeV}} \right)^{-2} \left(\frac{B}{10^{-18} \text{G}} \right)^2$$



いろいろな数字 1

$$E_{\gamma} = 1\text{TeV}$$

- ・ blazarではすでに観測されている
- ・ GRBではパラメータ次第でGeV-TeV放射が出ているのはわりと自然

$$E_{\text{IR}} = 10^{-1}\text{eV} \left(\frac{E_{\gamma}}{1\text{TeV}} \right)^{-1}$$

- ・ このあたりの赤外線はCOBE (FIRAS)でわりとよく観測されている

$$E_{\text{delay}} = 1\text{GeV} \left(\frac{E_{\gamma}}{1\text{TeV}} \right)^2$$

- ・ GLASTなど衛星の領域。もう少し高いと地上のチェレンコフ望遠鏡の領域。

いろいろな数字 2

$$\lambda_{\gamma\gamma} = 6\text{Mpc} \left(\frac{n_{\text{IR}}}{1\text{cm}^{-3}} \right)^{-1}$$

- ・天体付近の濃い領域から出るのに十分大きい

$$\lambda_{\text{IC}} = 1\text{Mpc} \left(\frac{E_{\gamma}}{1\text{TeV}} \right)^{-1}$$

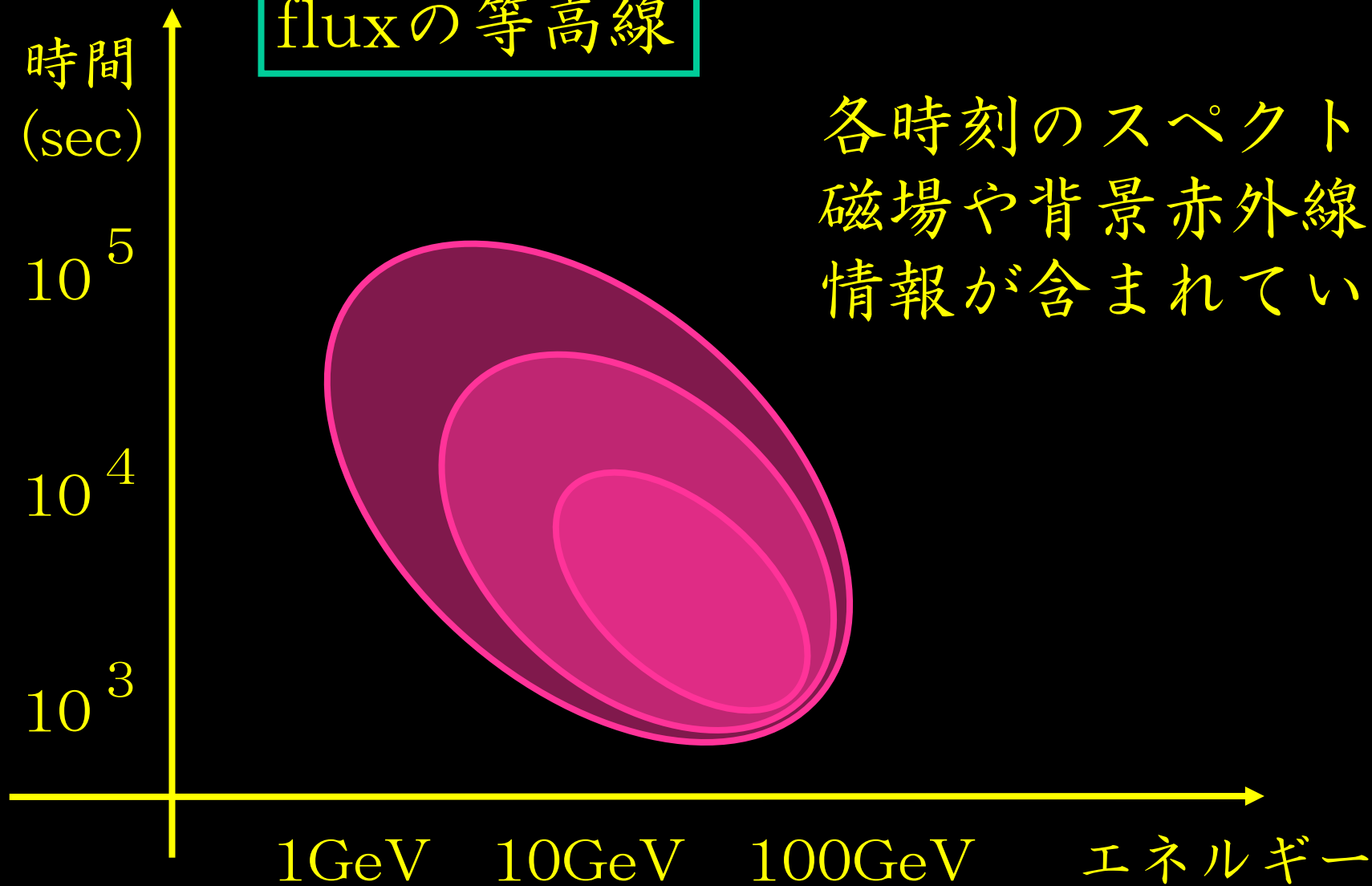
- ・上と合わせても基本的に反応はlocal

$$\Delta t_B = 10^3 \text{sec} \left(\frac{E_{\text{delay}}}{1\text{GeV}} \right)^{-2} \left(\frac{B}{10^{-18} \text{G}} \right)^2$$

- ・強い（弱い）磁場は高（低）エネルギー γ 線で見える
- ・高エネルギー天体固有の時間スケールより大きくなければならない

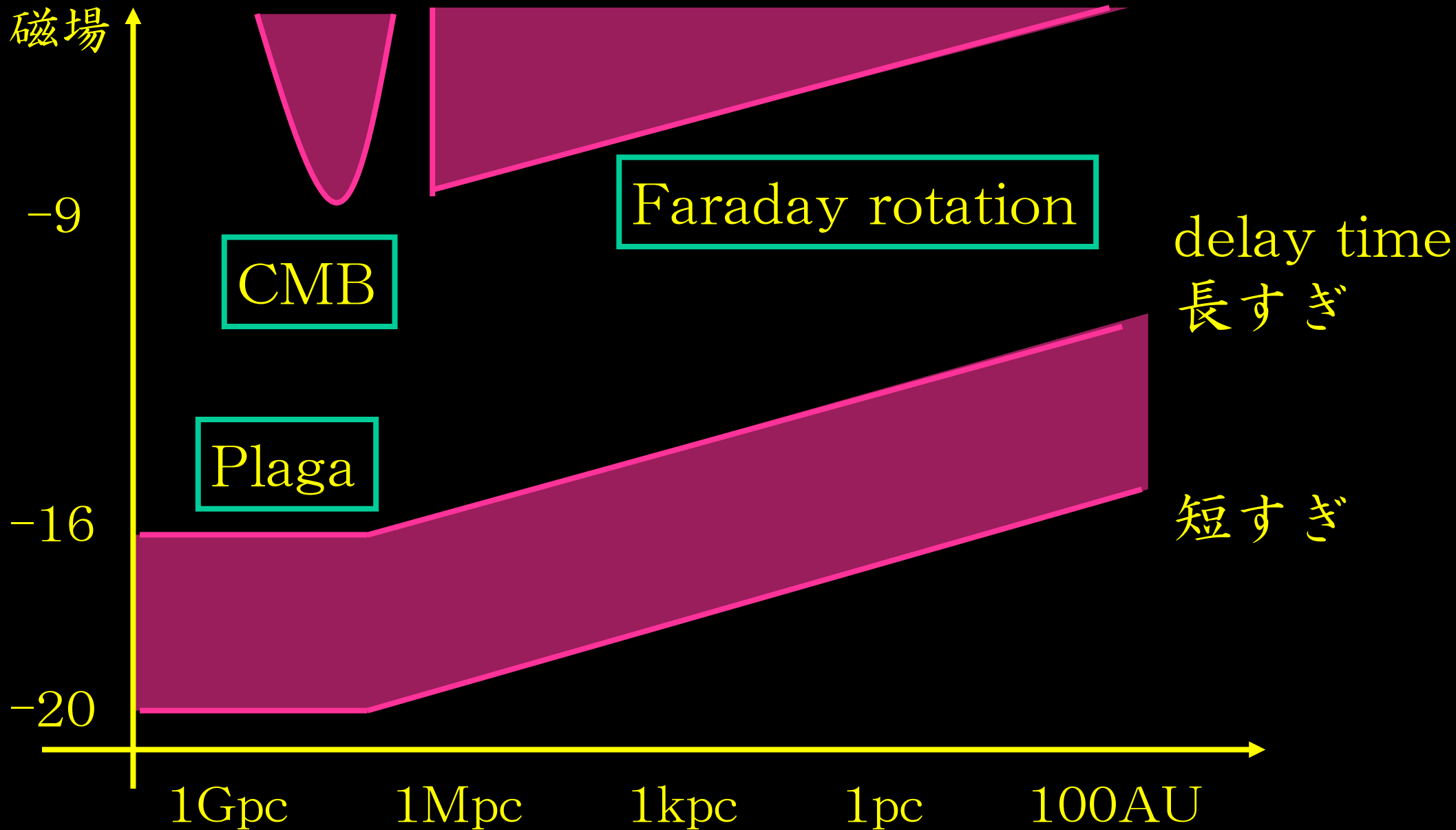
観測量

fluxの等高線



各時刻のスペクトルに
磁場や背景赤外線の
情報が含まれている

non-detectionによる制限



今後の研究ステップ

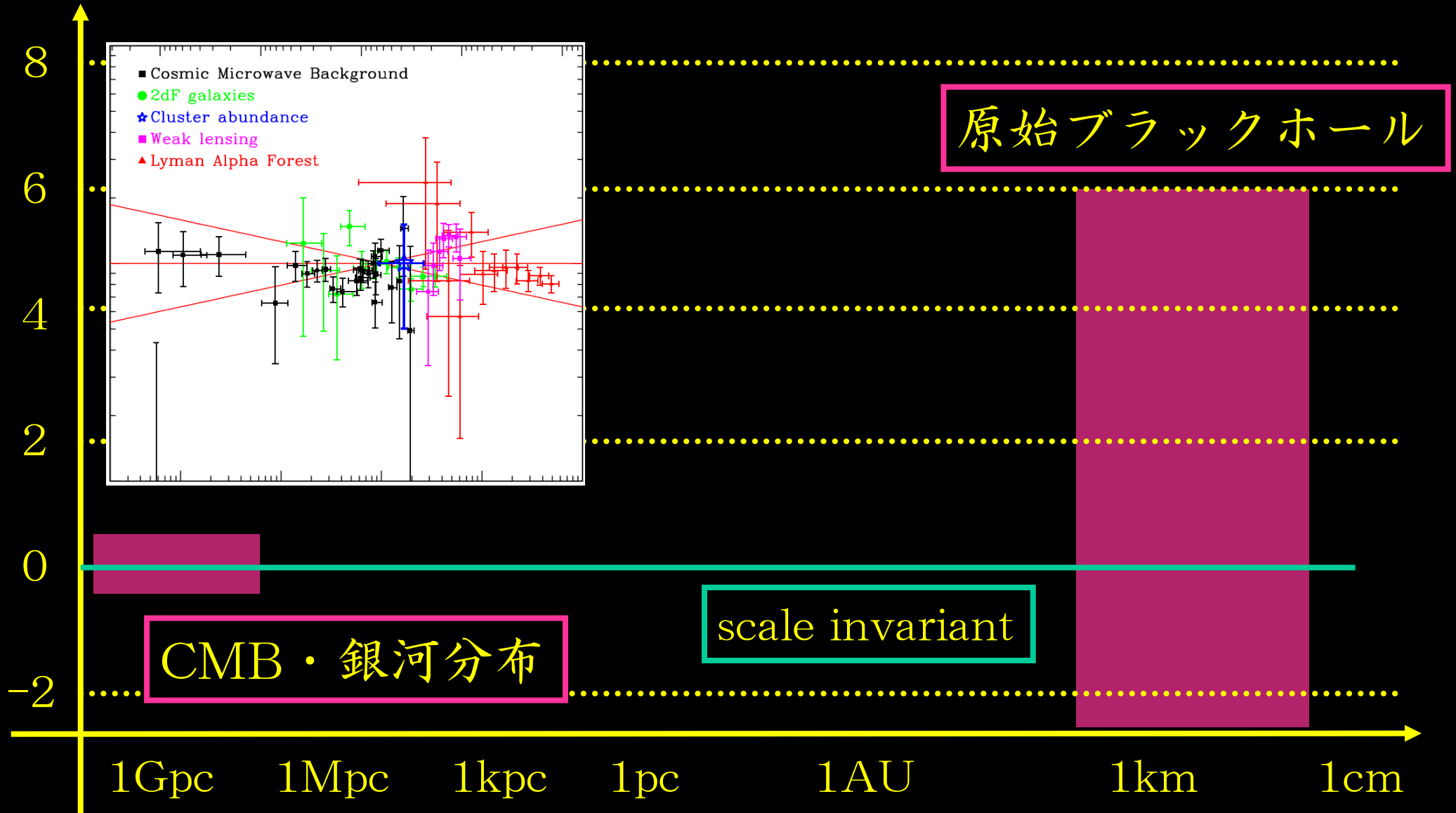
- 1、Plagaの方法をきちんと定式化
→ ほぼ完成
- 2、現実的なセットアップでモンテカルロ
→ 夏頃までには？
- 3、MAGICとかCANGAROOとか
→ 1・2を引っさげて
→ まずは宇宙論を忘れて、とにかく
この方法でなんらかの制限を得る
- 4、GLASTにお願い
→ 宇宙論的に意味のある制限が出る？

6、2次摂動で宇宙初期を探る

あたたかい目で見守ってください

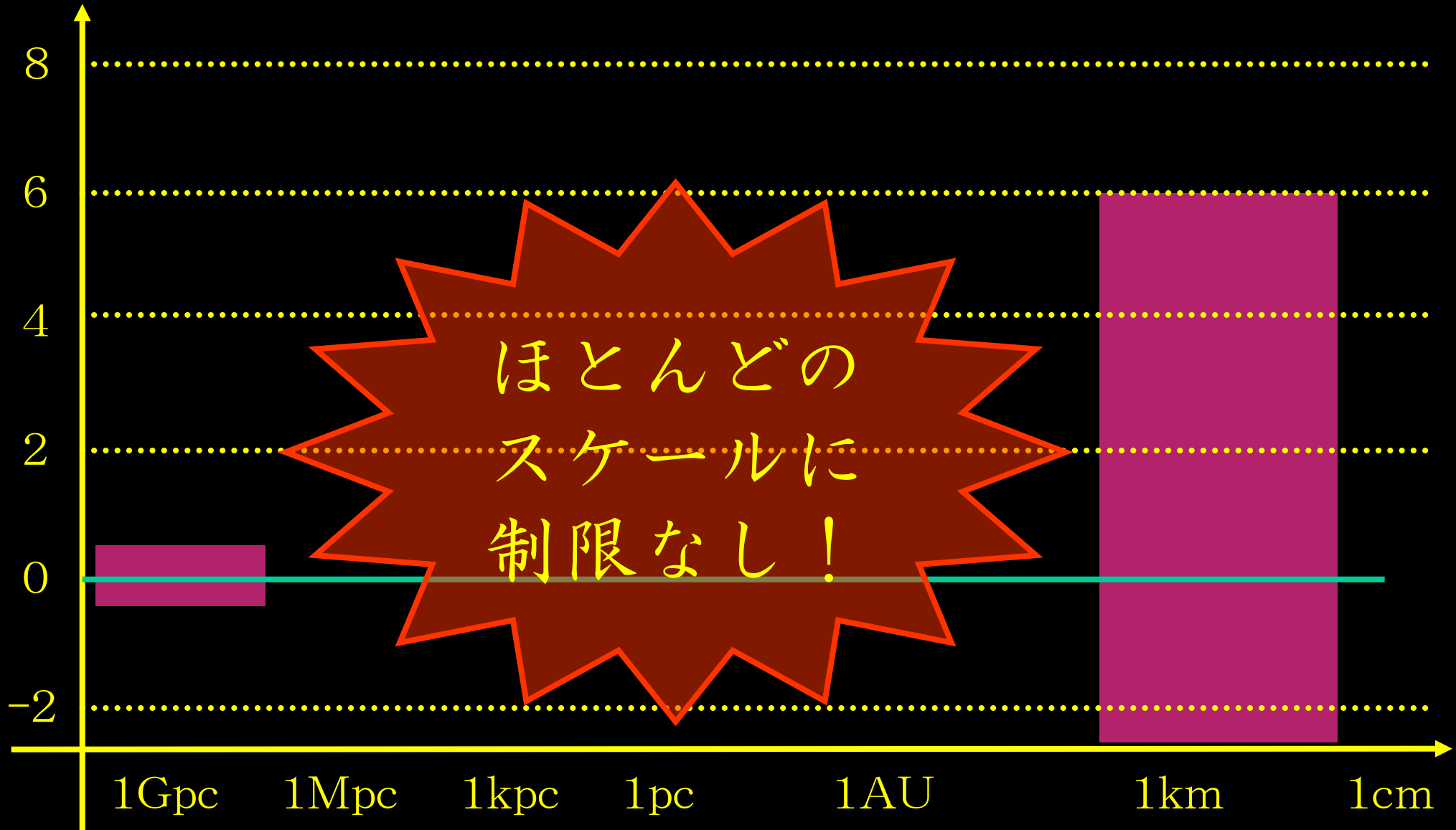
現在のゆらぎへの制限

$P(k)$



制限なし！

$P(k)$

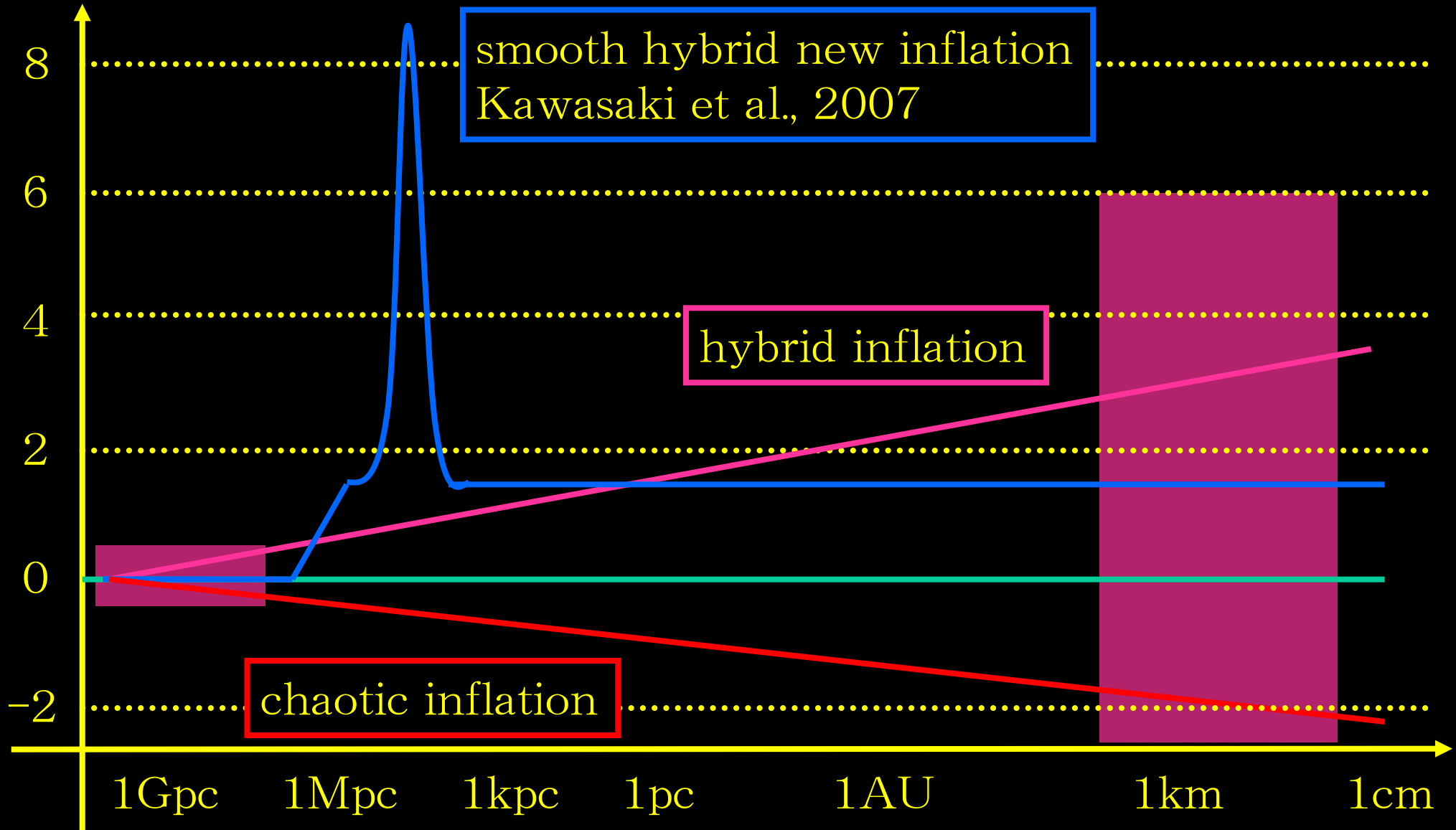


ほとんどの
スケールに
制限なし！

1Gpc 1Mpc 1kpc 1pc 1AU 1km 1cm

様々なインフレーションモデル

$P(k)$



基本的なアイデア①

2次の重力波や磁場スペクトルは
原始ゆらぎスペクトルに依存

$$P_{\text{GW}}^{(2)}, P_B^{(2)} \propto P_{\mathcal{R}}^2$$

-
- ・ 重力波・磁場を観測すれば原始ゆらぎを観測できる
 - ・ しかも2次のスペクトルは1次のスペクトルに敏感

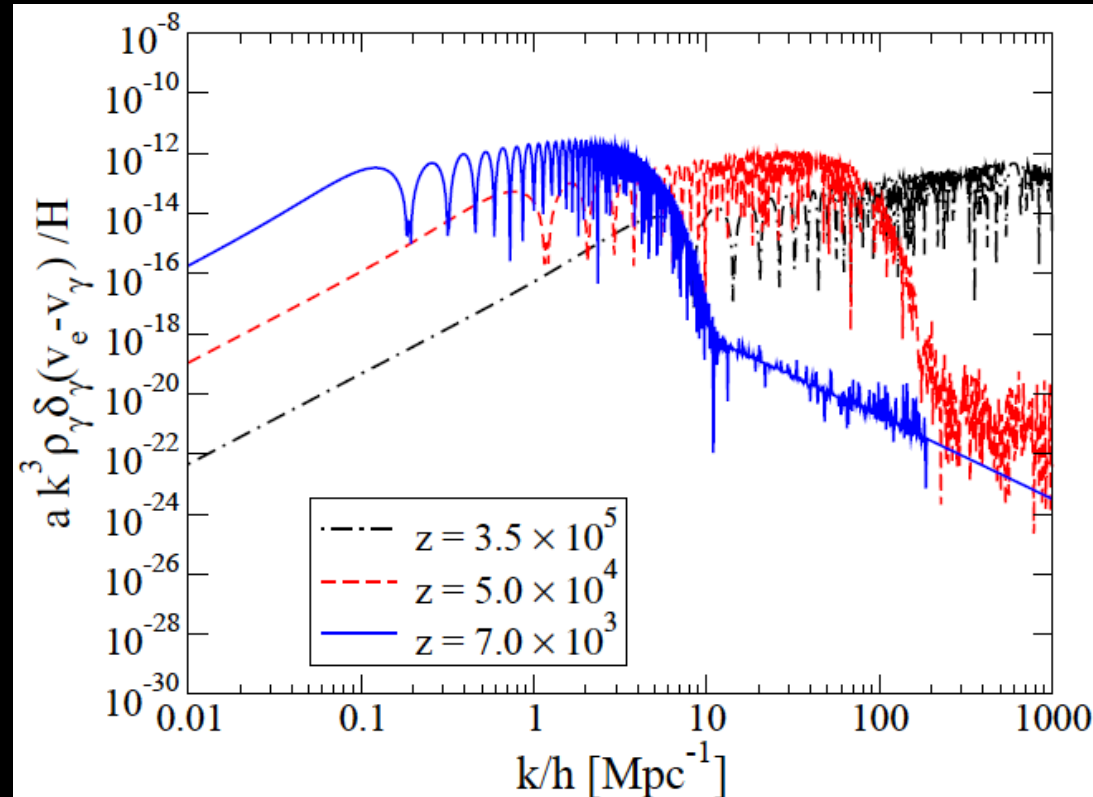
基本的なアイデア②

CMB ゆらぎ

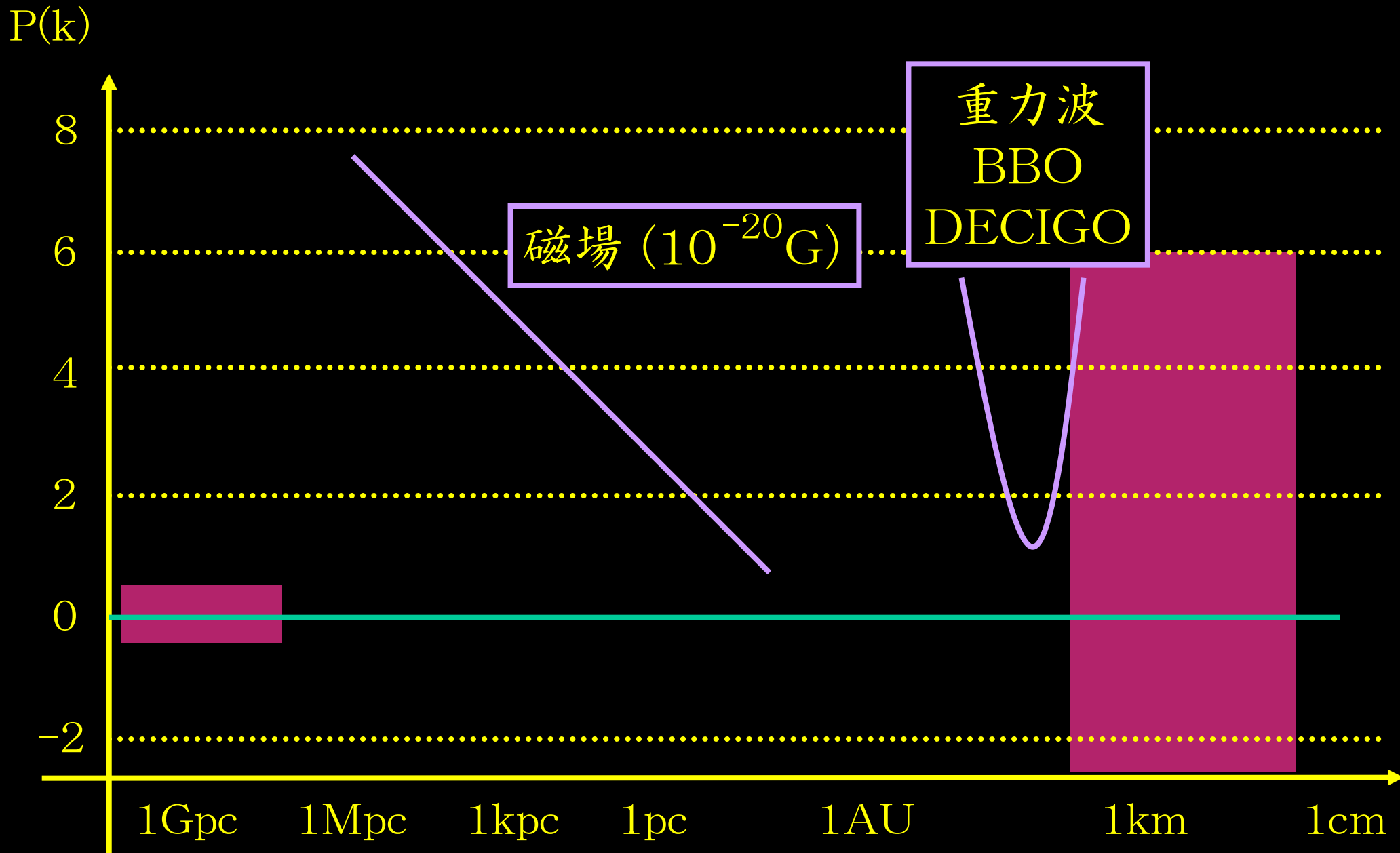
- ・ decouplingのときのsnap shot
- ・ 小スケールではSilk dampingでかき消される

磁場・重力波

- ・ snap shotの積分
- ・ 散逸はあまり効かず、小スケールまで磁場はそのまま残る
→ 小スケール観測が可能

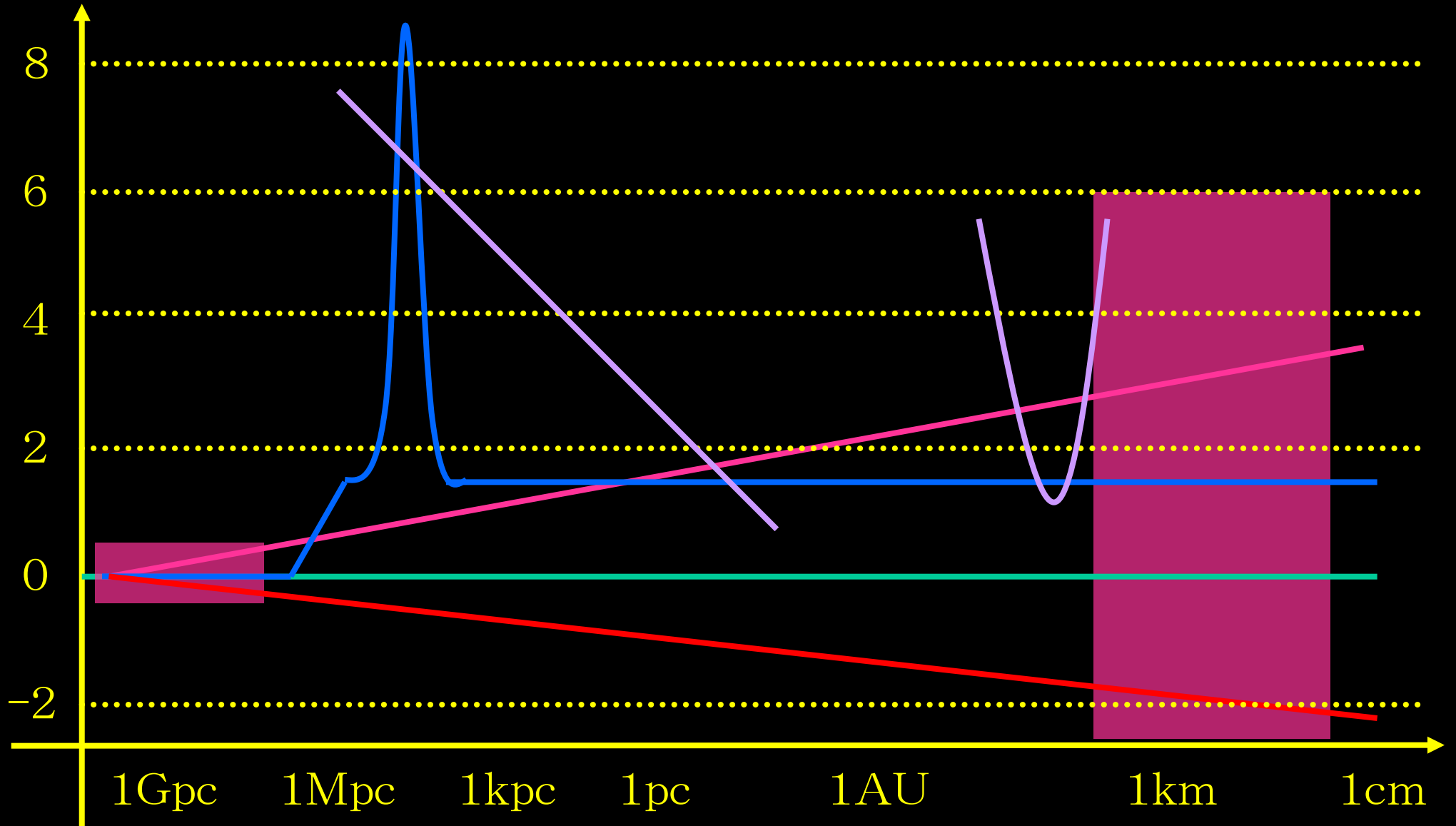


ゆらぎへの制限 (超楽観的)



インフレーションモデルへの制限

$P(k)$



2次による初期宇宙探索まとめ

- ・ 2次スペクトルは1次スペクトルに強く依存
- ・ 磁場と重力波はかなり小さなスケールの観測が原理的には可能
- ・ Plagaの方法による磁場観測 ～ 数年？
- ・ 重力波の直接観測 ～ 数十年？数百年？

こんな小スケールの情報は
他では得られないので
やる価値はある（と思う）

結論

- 1、宇宙論的摂動 2 次の効果
 - ・重力波の生成
 - ・磁場の生成 ($+ \alpha$ が必要)
- 2、2次摂動によって小スケールのゆらぎを探りたい
 - ・スケール不変ではきつい
 - ・他では得られない情報

END