宇宙プラズマの
ゆらぎと磁場生成

高橋慶太郎
京都大学基礎物理学研究所
２００７年９月２６日＠天文学会
市來浄輿（東京大）
杉山直（名古屋大）

概要

- 宇宙初期プラズマの電磁気的性質
- 光子、陽子、電子の運動方程式とマックスウェル方程式を連立
- 宇宙論的摂動と強結合近似を使って解く
- 磁場のスペクトル

宇宙論的ゆらぎ

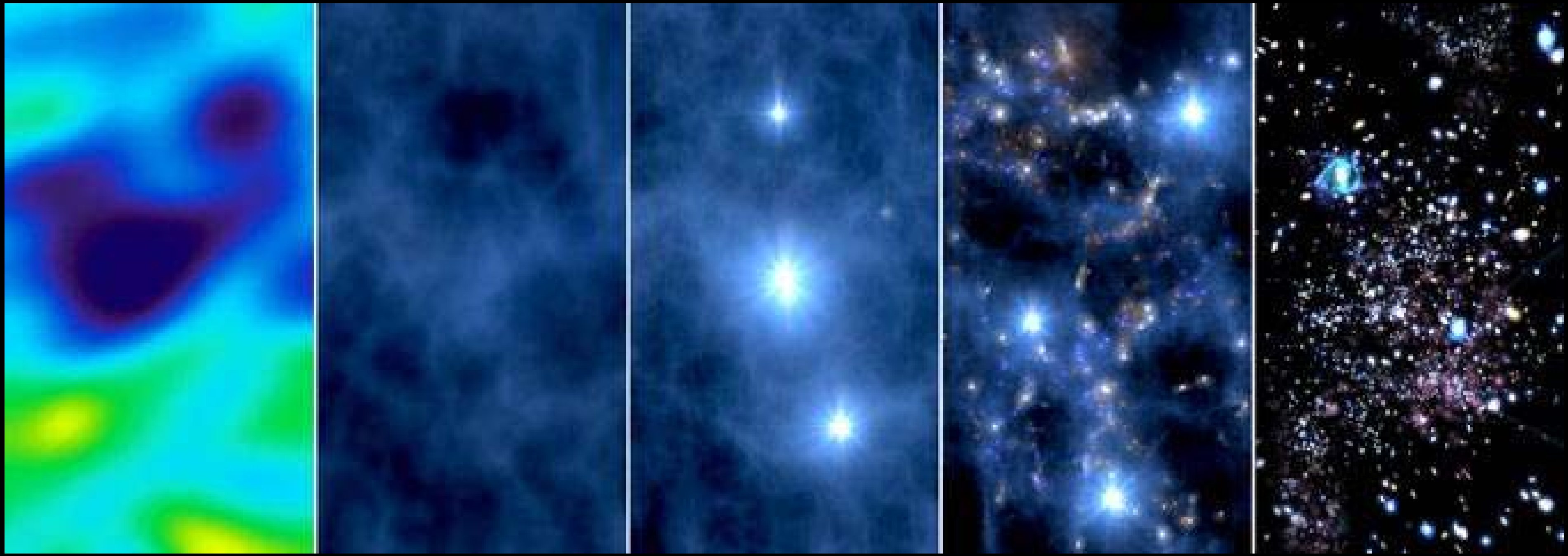
一様等方からのずれ（～10^{-5}）

・インフレーションで量子的に生成

→　密度ゆらぎ・重力波

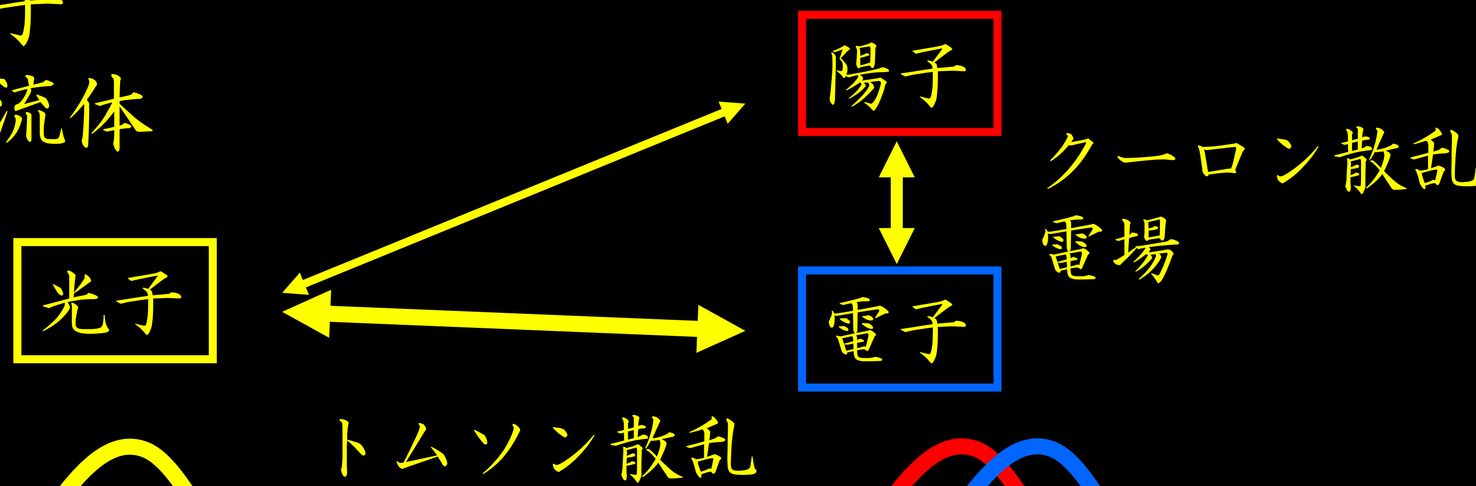
・その後、線形に発展（宇宙論的摂動論）

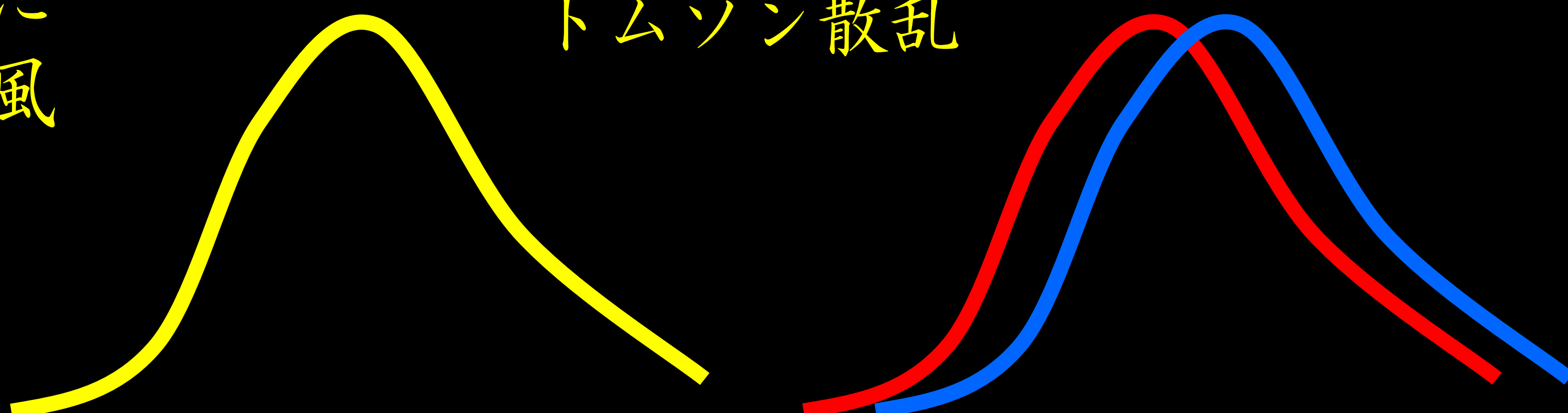
→　ＣＭＢ・構造形成



ゆらぎによる磁場生成

光子・陽子・電子
- 基本的には１流体
- 微小なずれ
- 陽子電子の
  ゆらぎに
  光子の風





$$\partial_t \vec{B} = -\nabla \times \vec{E}$$

電場が必要　→　光子・陽子・電子の３流体
回転が必要　→　摂動２次

ゆらぎの理論と観測

輻射優勢期 〜 再結合時のゆらぎ

宇宙論的摂動論

- 初期条件：インフレーション
- 光子：一般相対論的ボルツマン方程式
- 陽子電子：一般相対論的流体力学

観測

- 宇宙背景放射
- 銀河分布

初期条件・発展方程式共に観測的に検証されている
ほとんど曖昧さなしに磁場生成を議論できる

流れ

光子・陽子・電子の３流体の運動方程式

↓

陽子・電子の方程式からオームの法則（外力入り）

↓

オームの法則＋マックスウェル方程式

↓

電磁気的量が光子からの外力によって表される

↓

光子の運動方程式を解く

↓

全ての量が具体的に求まる

宇宙論的摂動・強結合近似を用いて解く

いろいろな時間スケール

ミクロなスケール

- トムソン散乱
- クーロン散乱
- プラズマ振動
- 電気抵抗

$$\tau_{\mathrm{T}} = \frac{m_p}{\sigma_T \rho_\gamma} \approx 1 \times 10^3 \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-4}$$

$$\tau_{\mathrm{C}} = \frac{m_e}{e^2 n_e \eta} \approx 4 \times 10^{-3} \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-3/2}$$

$$\omega_p^{-1} \equiv \sqrt{\frac{m_e}{e^2 n_e}} = 2.0 \times 10^{-9} \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-3/2}$$

$$\eta \equiv \frac{\pi e^2 \sqrt{m_e}}{T^{3/2}} \ln \Lambda = 9.4 \times 10^{-16} \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-3/2}$$

流体運動のスケール

$$\tau_{\mathrm{dyn}} = k^{-1} \approx 8 \times 10^6 \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-5/2}$$

宇宙膨張のスケール

$$\tau_{\mathrm{cos}} = H^{-1} \approx 4.5 \times 10^9 \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-2}$$

磁場の拡散スケール

$$\tau_{\mathrm{diff}} = \frac{\tau_{\mathrm{dyn}}^2}{\eta} \approx 7 \times 10^{28} \ \mathrm{sec} \left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-7/2}$$

運動方程式

ニュートン的に簡単化して説明

光子・陽子・電子の運動方程式

$$\frac{4}{3}\rho_\gamma\left[\partial_t\vec{v}_\gamma + \left(\vec{v}_\gamma\cdot\nabla\right)\vec{v}_\gamma\right]$$

$$= -\frac{1}{3}\nabla\rho_\gamma - \frac{m_e^2}{m_p^2}\sigma_T n_p\rho_\gamma(\vec{v}_\gamma - \vec{v}_p) - \sigma_T n_e\rho_\gamma(\vec{v}_\gamma - \vec{v}_e) - \frac{4\rho_\gamma}{3}\nabla\Phi,$$

$$m_p n_p\left[\partial_t\vec{v}_p + \left(\vec{v}_p\cdot\nabla\right)\vec{v}_p\right]$$

トムソン散乱

$$= e n_p(\vec{E} + \vec{v}_p\times\vec{B}) - e^2 n_p n_e\eta(\vec{v}_p - \vec{v}_e) + \frac{m_e^2}{m_p^2}\sigma_T n_p\rho_\gamma(\vec{v}_\gamma - \vec{v}_p) - m_p n_p\nabla\Phi,$$

$$m_e n_e\left[\partial_t\vec{v}_e + \left(\vec{v}_e\cdot\nabla\right)\vec{v}_e\right]$$

クーロン散乱

$$= -e n_e(\vec{E} + \vec{v}_e\times\vec{B}) + e^2 n_p n_e\eta(\vec{v}_p - \vec{v}_e) + \sigma_T n_e\rho_\gamma(\vec{v}_\gamma - \vec{v}_e) - m_e n_e\nabla\Phi,$$

宇宙論的摂動

$$\vec{V}(t,\vec{x}) = \vec{V}^{(1)}(t,\vec{x}) + \vec{V}^{(2)}(t,\vec{x}) + \cdots$$

$$\vec{B}(t,\vec{x}) = \vec{B}^{(2)}(t,\vec{x}) + \cdots,$$

オームの法則とマックスウェル方程式

陽子・電子の運動方程式
→ 電流の運動方程式
→ 一般化されたオームの法則

$$\frac{m_e}{e}\left[\partial_t \delta\vec{v}_{pe} + (\vec{v}_b\cdot\nabla)\,\delta\vec{v}_{pe} + (\delta\vec{v}_{pe}\cdot\nabla)\,\vec{v}_b\right]$$
$$= \vec{E} - \left[e n_b \eta + \frac{\sigma_T \rho_\gamma}{e}\right]\delta\vec{v}_{pe} - \frac{\sigma_T\rho_\gamma}{e}\delta\vec{v}_{\gamma b}$$

光子の風

マックスウェル方程式

$$\nabla\cdot\vec{E} = e\delta n_{pe},$$
$$\partial_t\vec{E} = \nabla\times\vec{B} - e(n_b\delta\vec{v}_{pe} + \delta n_{pe}\vec{v}_b),$$
$$\partial_t\vec{B} = -\nabla\times\vec{E},$$
$$\partial_t\delta n_{pe} + \nabla\cdot(n_b\delta\vec{v}_{pe} + \delta n_{pe}\vec{v}_b) = 0,$$

光子の風を外力とみなして、電磁気的量を光子の項で表すことができる

解き方のポイント

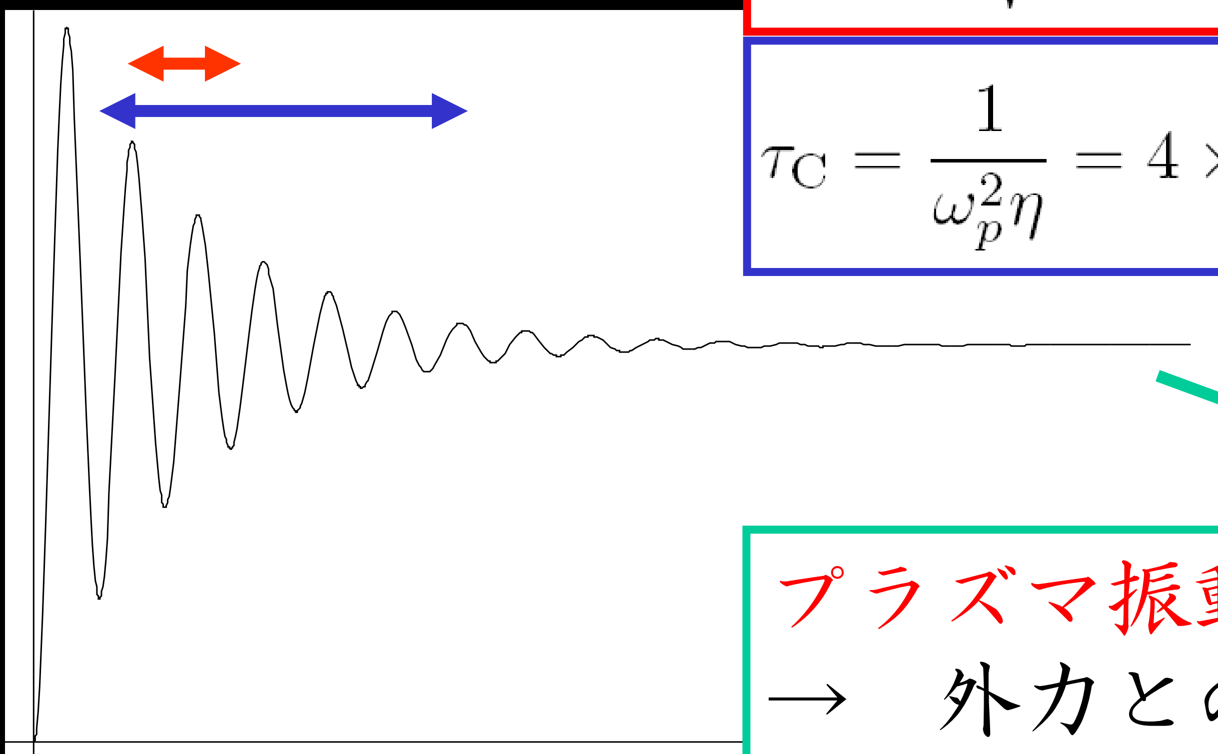
一般化オームの法則の発散

$$\frac{1}{\omega_p^2}\partial_t^2\rho + \eta_{\mathrm{eff}}\partial_t\rho + \rho = \nabla\cdot\vec{C}$$

外力（光子の風）のある減衰振動

$$\omega_p^{-1} \equiv \sqrt{\frac{m_e}{e^2 n^{(0)}}} = 2\times 10^{-9}\ \mathrm{sec}\left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-3/2}$$

$$\tau_{\mathrm{C}} = \frac{1}{\omega_p^2\eta} = 4\times 10^{-3}\ \mathrm{sec}\left(\frac{1+z}{10^5}\right)^{-3/2}$$



$$\rho^{(1)} = \nabla\cdot\vec{C}^{(1)}$$

プラズマ振動と電気抵抗による緩和

→　外力との平衡に落ち着く

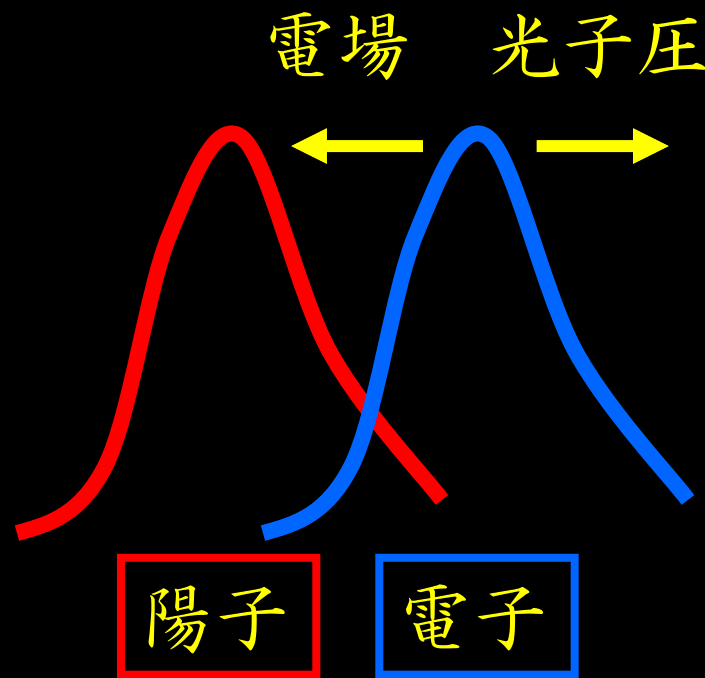
解

$$\rho = \nabla \cdot \vec{C},$$

$$\vec{j} = -\partial_t \vec{C} - \int dt\, \nabla \times \nabla \times \vec{C},$$

$$\vec{E} = \vec{C},$$

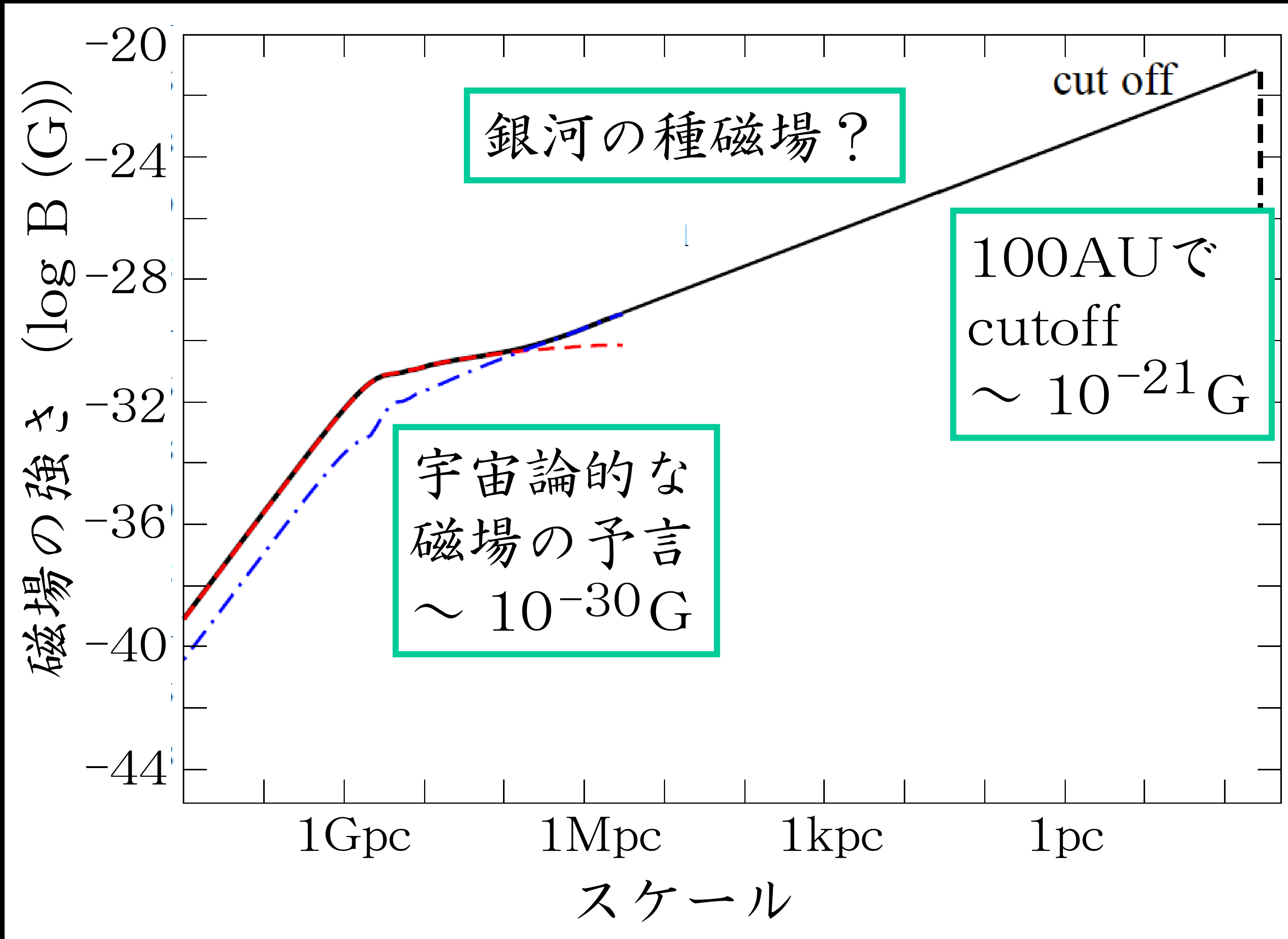
$$\vec{B} = -\int dt\, \nabla \times \vec{C},$$



・オームの法則で電流項は効かない
　→　電子が光子に押されるのと電場がつりあう
・電流 → 変位電流を支える部分　＋　磁場を支える部分
・光子の風がなくなると、電場・電荷密度は消える
　　　　　　　　　　　　　磁場・電流は残る

磁場のスペクトル

Ichiki, KT et al., 2007



まとめ

今日話したこと

- 初期宇宙プラズマの電磁気的性質
- 粒子の運動方程式とマックスウェル方程式を宇宙論的摂動と強結合近似で解く

今日話さなかったこと

- 光子と荷電粒子の相対運動
- 磁場生成にはどのくらいのずれが必要か
- トムソン散乱とクーロン散乱の強結合近似の違い

終了